

Control Difuso Aplicado a un Vehículo Aéreo no Tripulado

Juan N. Zambrano Caviedes

**UNIVERSIDAD EAFIT
ESCUELA DE CIENCIAS Y HUMANIDADES
DEPARTAMENTO DE CIENCIAS BÁSICAS
MAESTRÍA EN MATEMÁTICAS APLICADAS
MEDELLÍN, Noviembre de 2012**

Control Difuso Aplicado a un Vehículo Aéreo no Tripulado

Juan N. Zambrano Caviedes

Trabajo de Grado presentado para optar el título de Magister
en Matemáticas Aplicadas

Director
Carlos M. Vélez Sánchez
Dr. in Physical Sciences
Profesor Asociado

UNIVERSIDAD EAFIT
ESCUELA DE CIENCIAS Y HUMANIDADES
DEPARTAMENTO DE CIENCIAS BÁSICAS
MAESTRÍA EN MATEMÁTICAS APLICADAS
MEDELLÍN, Noviembre de 2012

Dedicatoria

A mi esposa Constanza Liliana y a mi hija
Sofía, quienes han soportado mis
ausencias. . . con todo mi amor.

Reconocimientos

Agradezco a aquellas personas y a las instituciones, que de una u otra forma aportaron su grano de arena para que esto fuera posible:

A la Universidad **EAFIT** de Medellín, que me ofreció la posibilidad de estudiar allí a pesar de las dificultades geográficas.

A **Jairo Villegas**, quien siempre estuvo dispuesto a apoyarme en el logro de este objetivo.

A **Carlos Mario Vélez**, quien me enseñó lo que se acerca de control.

A **Lida Buitrago García**, quien siempre estuvo dispuesta a revisar los borradores y aportar con sus valiosas observaciones.

A la **Universidad Distrital**, que me brindó los espacios académicos y la flexibilidad horaria para desarrollar mi trabajo.

Nuevamente a **Costanza** y a **Sofía**, quienes son la energía que me mueve y la luz que me motiva.

Y a todos aquellos que este trabajo les produzca algún tipo de alegría o satisfacción.

Resumen

En el trabajo se diseñan e implementan a través de simulación, utilizando el toolbox MATLAB/SIMULINK, una serie de controladores difusos tipo Mandani para el control de un mini-helicóptero robot tipo XCell.

Para el diseño de dichos controladores se estudió inicialmente el modelo matemático del mini-helicóptero, disponible en el proyecto Colibrí, luego se hizo lo propio con los controles PID diseñados en el marco de dicho proyecto de investigación y se realizó una revisión bibliográfica de la literatura disponible para determinar los avances y el estado del arte en el tema de la tesis.

Posteriormente se diseñaron controles difusos a partir de los controles PID existentes, utilizando la metodología propuesta por alguno de los autores consultados en la revisión bibliográfica. Igualmente, se hubiera podido utilizar cualquier otro método de diseño, ya que existen varios disponibles en la literatura consultada. Se utilizó esta metodología debido a que era la que más se adaptaba al entorno de trabajo que se presentó en el momento, dado que el autor no es experto en vuelo de aeronaves.

Luego se realizan las simulaciones correspondientes a los controles difusos diseñados, se analizan sus resultados y se plantean algunos aspectos que pueden ser motivo de futuros trabajos en esta línea.

Al final se obtienen controles difusos para todas las variables del modelo del mini-helicóptero utilizando un enfoque de diseño significativamente diferente a los existentes en la bibliografía relacionada y en algunos casos con resultados mejores en lo relacionado con el tiempo de estabilización.

Índice general

Índice general	VI
Lista de Tablas	VIII
Índice de figuras	IX
1. Introducción	1
1.1. Introducción	1
1.2. Motivación y Alcances de la Tesis	1
1.3. Objetivos	2
1.3.1. <i>Objetivo general</i>	2
1.3.2. <i>Objetivos específicos</i>	2
1.4. Aporte al Tópico Principal	2
1.5. Organización del Trabajo	3
1.6. Modelo del Mini-Helicóptero	3
1.6.1. Conceptos Básicos	4
1.6.2. Dinámica y cinemática del modelo	6
1.7. Resumen	8
2. Estado del Arte del Control Difuso	9
2.1. Introducción	9
2.2. Antecedentes	9
2.3. Trabajos Relacionados	10
2.4. Lógica Difusa	11
2.4.1. Conceptos y funciones características	11
2.4.2. <i>Operaciones Básicas</i>	12
2.4.3. <i>Relaciones Difusas</i>	15
2.4.4. Inferencia Difusa	17
2.5. Sistemas de Lógica Difusa	17
2.5.1. Sistemas Puros	17
2.5.2. Sistemas Difusos Tipo Mamdani	17
2.5.3. Sistemas Difusos Tipo Takagi-Sugeno-Kang	18
2.6. Elementos de un Sistema Difuso	18

2.7.	Control Difuso	21
2.7.1.	Controlador Difuso Proporcional (FP)	22
2.7.2.	Controlador Difuso Proporcional Derivativo (FPD)	23
2.7.3.	Controlador Difuso Proporcional Derivativo con acción Integral ($FPD + I$)	24
2.7.4.	Controlador Difuso Incremental ($FINC$)	26
2.8.	Resumen	27
3.	Diseño de los Controladores	28
3.1.	Introducción	28
3.2.	Diseño del controlador difuso	28
3.2.1.	Fusificación	28
3.2.2.	Base de Conocimiento	31
3.2.3.	Motor de inferencias	34
3.3.	Controlador Difuso Proporcional (FP)	36
3.4.	Controlador Difuso Proporcional-Derivativo(FPD)	39
3.5.	Controlador FPD con Acción Integral($FPD + I$)	39
3.6.	Controlador Difuso Incremental ($FINC$)	39
3.7.	Resumen	41
4.	Simulación y Resultados	42
4.1.	Introducción	42
4.2.	Controles Difusos Proporcionales (FP)	42
4.3.	Controles Difusos Proporcionales Derivativos (FPD)	48
4.4.	Controles FPD con Acción integral ($FPD + I$)	51
4.5.	Control Difuso Incremental ($FINC$)	55
4.6.	Resumen	57
5.	Análisis y Conclusiones	58
5.1.	Introducción	58
5.2.	Controles PID vs. Controles Difusos	58
5.3.	Acciones de control Difuso vs. control PID	64
5.4.	Conclusiones	65
5.5.	Recomendaciones y trabajo futuro	66
	Bibliografía	68

Lista de Tablas

3.1.	Base de Reglas FP	32
3.2.	Base de Reglas FPD	33
3.3.	Ganancias Difusas Proporcionales	38
3.4.	Ganancias Difusas Proporcionales-Derivativas	39
3.5.	Ganancias Difusas Proporcionales-Drivativas-Integrales	40
3.6.	Ganancias Difuso-Incremental	40
3.7.	Valores de referencia y Condiciones Iniciales	41

Índice de figuras

1.1.	Modelo del mini-helicóptero desarrollado en Simulink	4
1.2.	Colectivo del rotor principal	5
1.3.	Cuerpo del mini-helicóptero y fuerzas sobre él.	5
2.1.	Unión de conjuntos difusos	12
2.2.	Intersección de conjuntos difusos	13
2.3.	Complemento de un conjunto difuso	13
2.4.	Elementos de un Sistema de Lógica Difusa	18
2.5.	Diagrama de un controlador Difuso Proporcional	22
2.6.	Diagrama en bloques de un controlador FPD	24
2.7.	Diagrama en bloques de un controlador $PD+I$	25
2.8.	Diagrama en bloques de un controlador difuso Incremental ($FINC$) . .	26
3.1.	Conjunto de entrada para la variable $error$	29
3.2.	Conjunto de entrada para la variable d_error	30
3.3.	Conjunto de salida para la variable $altura$	30
3.4.	Construcción de Reglas Difusas	32
3.5.	Superficie de control correspondiente a la base de reglas de la tabla 3.6 para el control de altura	34
3.6.	Operadores que realizarán el proceso de inferencia	35
3.7.	Método AND	35
3.8.	Método de Implicación	35
3.9.	Método de Agregación	36
3.10.	Proceso de diseño con lógica difusa	37
3.11.	Diagrama de Simulación PID	38
4.1.	Diagrama en Bloques de un Contrlador Difuso $PD + I$	42
4.2.	Diagrama de Bloques con controladores Difusos $PD + I$	43
4.3.	Altura controlada con FPD , $GU = 1$ y $GE = 0,4$	43
4.4.	Ángulo de cabeceo controlado con FP , $GU = 1$ y $GE = 4$	44
4.5.	Ángulo de alabeo controlado con FP , $GU = 1$ y $GE = 4$	44
4.6.	Ángulo de guiñada controlado con FP , $GU = 2$ y $GE = 3$	45
4.7.	Velocidad angular del rotor controlada con FP , $GU = 3$ y $GE = 0,0033$	45

4.8. Altura controlada con FP , $GU = 2$ y $GE = 0,2$	46
4.9. Ángulo de cabeceo controlado con FP , $GU = 3$, $GE = 1,3333$	46
4.10. Ángulo de alabeo controlado con FP , $GU = 0,8$ y $GE = 5$	47
4.11. Ángulo de guiñada controlado con FP , $GU = 4$ y $GE = 1,5$	47
4.12. Velocidad angular del rotor controlada con FP , $GU = 0,3235$ y $GE = 0,003008876$	47
4.13. Altura controlada con FPD , $GU = 1$, $GE = 0,4$ y $GCE = 0,08$	48
4.14. Ángulo de cabeceo controlado con FPD , $GU = 1$, $GE = 4$ y $GCE = 0,04$	48
4.15. Ángulo de alabeo controlado con FPD con $GU = 1$, $GE = 4$ y $GCE = 0,04$	49
4.16. Ángulo de guiñada controlado con FPD , $GU = 1$, $GE = 6$ y $GCE = 0,04$	49
4.17. Velocidad angular del rotor controlada con FPD , $GU = 1$, $GE = 0,01$ y $GCE = 0$	49
4.18. Altura controlada con FPD , $GU = 2$, $GE = 0,2$ y $GCE = 0,04$	50
4.19. Ángulo de cabeceo controlado con FPD , $GU = 0,1$, $GE = 40$ y $GCE = 0,4$	50
4.20. Ángulo de alabeo controlado con FPD con $GU = 1$, $GE = 4$ y $GCE = 0,04$	50
4.21. Ángulo de guiñada controlado con FPD , $GU = 2$, $GE = 3$ y $GCE = 0,15$	51
4.22. Altura controlada con $FPD+I$ con $GU = 1$, $GE = 0,4$, $GCE = 0,08$ y $GIE = 0,1333$	51
4.23. Ángulo de cabeceo controlado con $FPD+I$, $GU = 2$, $GE = 2$, $GCE = 0,02$ y $GIE = 4$	52
4.24. Ángulo de alabeo controlado con $FPD + I$, $GU = 2$, $GE = 2$, $GCE = 0,02$, $GIE = 2,3333$	52
4.25. Ángulo de guiñada controlado con $FPD+I$, $GU = 4$, $GE = 1,5$, $GCE = 0,075$ y $GIE = 0,75$	52
4.26. Velocidad angular del rotor controlada con $FPD+I$, $GU = 3,25$, $GE = 0,003076$, $GCE = 0$, $GIE = 0,006461$	53
4.27. Altura controlada con $FPD+I$ con $GU = 1$, $GE = 1$, $GCE = 1,2$ y $GIE = 1,2$	53
4.28. Ángulo de cabeceo controlado con $FPD + I$, $GU = 1,5$, $GE = 2,6666$, $GCE = 0,026666$, y $GIE = 5,3333$	54
4.29. Ángulo de alabeo controlado con $FPD + I$ con $GU = 0,8$, $GE = 1$, $GCE = 0,05$ y $GIE = 2$	54
4.30. Ángulo de guiñada controlado con $FPD + I$ con $GU = 2$, $GE = 2$, $GCE = 0,4$ y $GIE = 2$	54
4.31. Velocidad angular del rotor controlada con $FPD+I$ con $GU = 3,3235$, $GE = 0,003008828$, $GCE = 0$ y $GIE = 0$	55
4.32. Diagrama en bloques de un control Difuso Incremental	55
4.33. Altura con un control difuso incremental	55
4.34. Ángulo de cabeceo con un control difuso incremental	56
4.35. Ángulo de alabeo con un control difuso incremental	56
4.36. Ángulo de guiñada con un control difuso incremental	56

4.37. Velocidad angular del rotor con un control difuso incremental	57
5.1. Altura controlada del mini-helicóptero (PID vs. $FPD + I$)	58
5.2. Ángulo de cabeceo controlado (PID vs. $FPD + I$)	59
5.3. Accion de control para el ángulo de cabeceo con la configuración $FPD + I$	60
5.4. Ángulo de alabeo controlado (PID vs. $FPD + I$)	60
5.5. Ángulo de guiñada controlado (PID vs. $FPD + I$)	61
5.6. Velocidad angular controlada (PID vs. $FPD + I$)	61
5.7. Comportamiento del error en el control de la altura (PID vs. $FPD + I$)	62
5.8. Comportamiento del error en el control del ángulo de cabeceo (PID vs. $FPD + I$)	62
5.9. Comportamiento del error en el control del ángulo de alabeo (PID vs. $FPD + I$)	63
5.10. Comportamiento del error en el control de la velocidad angular (PID vs. $FPD + I$)	63
5.11. Comparación de las acciones de control PID vs. <i>Difuso</i>	64

Capítulo 1

Introducción

1.1. Introducción

En el presente capítulo se muestran los objetivos, la motivación, los alcances y el aporte de este trabajo al control difuso de vehículos aéreos no tripulados, pero principalmente se hace una explicación de los conceptos básicos relativos al vuelo del mini-helicóptero, a la dinámica y la cinemática del modelo y un acercamiento a la construcción del modelo matemático sistema.

1.2. Motivación y Alcances de la Tesis

En el marco del proyecto de investigación “Colibrí” del grupo de investigación en Sistemas de Control de la Universidad EAFIT, se ha venido trabajando en el diseño e implementación de diferentes tipos de control para el mini-helicóptero robot tipo XCell (PID, fuzzy, realimentación del estado, multifrecuencia) obteniendo resultados en control PID (“Antiwindup”, “Bumpless transfer”, control PID con estimación del estado) lo mismo que en control por realimentación del estado. Lo anterior ha sugerido que se puede trabajar en el diseño y posterior optimización de controles difusos para sustituir todos los controles PID con los que actualmente se trabaja en el proyecto “Colibrí”, en busca de obtener mejores tiempos de asentamiento y disminuir sobrepasos máximos.

En la literatura relacionada con el tema se encuentran algunos trabajos como (Mizumoto, 1992) en los que se observa que el control difuso y las bases para desarrollarlo fueron propuestas hace más de 20 años y a lo largo de este periodo se han presentado propuestas en muchos campos de la ciencia, como en (Kwon et al, 1999), en donde se hace el diseño de un controlador difuso-PID para un motor de inducción. En (Valavanis, 2006) se presenta un enfoque difuso para un vehículo no tripulado, pero en forma genérica, es decir, debe hacerse el ajuste correspondiente dependiendo si es un vehículo aéreo o submarino. En la mayoría de estos trabajos se controla una o dos variables de estado y en otros se utiliza el control difuso para establecer valores de referencia (set point). Pues bien, en este trabajo se utilizan las mismas variables (de estado y de control) con que se trabaja actualmente en el proyecto Colibrí y se establecen los

misimos valores de referencia, lo cual significa que se simulará un esquema de vuelo estacionario.

1.3. Objetivos

1.3.1. *Objetivo general*

Construir un controlador lógico-difuso para un mini-helicóptero robot y probarlo en simulación.

1.3.2. *Objetivos específicos*

1. Identificar las principales fuentes de información, comprender los métodos utilizados y las aplicaciones realizadas.
2. Construir una base de reglas tipo “IF THEN” con base en el conocimiento que se tiene del vuelo del mini-helicóptero.
3. Construir un motor de inferencia que utilice la base de reglas para tomar acciones de control.
4. Diseñar una interface fuzzificadora para convertir entradas del controlador en información que pueda ser reconocida por el motor de inferencia, y una interface defuzzificadora que convierta información del motor de inferencia en entradas de control del mini-helicóptero.
5. Implementar en Matlab el controlador difuso del mini-helicóptero.
6. Simular el vuelo del mini-helicóptero con el controlador difuso utilizando Simulink de Matlab.
7. Comparar los resultados obtenidos mediante este controlador con otros esquemas de control obtenidos por otros investigadores del proyecto Colibrí.

1.4. Aporte al Tópico Principal

El principal aporte de este trabajo al control de aeronaves no tripuladas es la presentación de un controlador difuso junto con un modelo para simulación del mini-helicóptero robot XCell. Dicho modelo puede ser de gran ayuda para otras personas interesadas en el estudio del control difuso, ya que puede convertirse en una herramienta experimental para probar otros esquemas difusos o para manipular sus reglas y valores de ganancias en busca de mejorar los resultados aquí obtenidos o hacer otros descubrimientos.

Igualmente, la base de reglas construida como soporte principal del motor de inferencia del controlador y que está ajustada alrededor del error y de la derivada del error, puede ser utilizada no solamente para trabajos de control relacionados con aeronaves

sino en muchas otras aplicaciones, convirtiéndose en otro aporte importante a este campo de trabajo.

1.5. Organización del Trabajo

El documento está organizado en 5 capítulos. El primero es una introducción en la que se hace referencia a la motivación, los alcances y las limitaciones del trabajo, pero principalmente se dedica una sección al modelo matemático del mini-helicóptero.

En el Capítulo 2 se presenta de manera general el estado del arte del control difuso y se desarrollan de manera muy concisa y concreta una serie de conceptos teóricos relacionados con la lógica difusa, el control difuso y los fundamentos del diseño de los controladores que representan el objetivo general de este trabajo.

En el Capítulo 3 se describe detalladamente cada una de las etapas propuestas para el diseño de un control difuso, como son la etapa de fusificación y la etapa de ajuste de los valores de las ganancias del nuevo controlador a partir del controlador *PID* existente y se muestra la forma en que se hace el diseño de los diferentes tipos de controladores difusos que se estudian en el documento.

En el Capítulo 4 se muestran los diagramas de simulación que se implementaron en Simulink de Matlab y los resultados de dicha simulación para diferentes variables de estado, para los errores, las acciones de control y otras gráficas que pueden ayudar al análisis del control difuso. El Capítulo 5 corresponde a la discusión y el análisis de los resultados mostrados en el Capítulo 4.

Finalmente, se hace una síntesis de los principales resultados obtenidos en el trabajo, las cosas que se pueden mejorar y las que pueden ser tema de estudio en futuros trabajos.

1.6. Modelo del Mini-Helicóptero

Un mini-helicóptero, al igual que un helicóptero, es un sistema sofisticado tipo MIMO¹ cuyas entradas son usadas para controlar una gran cantidad de estados (Enns & Si, 2003). A diferencia de un avión el mini-helicóptero no necesita velocidad de avance para elevarse, la fuerza de empuje la consigue mediante el movimiento rotacional de unas aspas (alas de sustentación) que no están unidas rígidamente al fuselaje, como sucede en un avión, sino que pueden girar sobre su propio eje, variar su ángulo de ataque y el ángulo con respecto a la superficie de giro del rotor principal. Mediante la rotación de las aspas a una alta frecuencia, el sistema experimenta la diferencia de presión del aire en el que están girando aquellas y debido a su perfil aerodinámico se produce una fuerza de ascenso que permite al mini-helicóptero ganar altura con respecto al piso.

Existen diferentes plataformas de modelos de mini-helicópteros para estudiar procesos de identificación del sistema o de control de una o más de sus variables, como APID-MK3, Berkeley, CMU, FLYRT(Kadmiry, 2005), HeLion(Cai et al, 2008), etc .

¹MIMO por las siglas en inglés para multiple-input/multiple output para referirse a la cantidad de variables de entrada del modelo y la cantidad de variables de salida

En este trabajo se han diseñado controladores difusos para un modelo XCell de 6 grados de libertad, el cual presenta gran maniobrabilidad gracias a su cabeza de rotor rígida que permite la transmisión de grandes momentos de control del rotor principal al fuselaje (Sánchez et al, 2007), una gran relación empuje-peso y alta velocidad del rotor, la cual trata de mantenerse constante a través de un control electrónico. Igualmente, el mini-helicóptero está equipado con barras estabilizadoras que ayudan al piloto a controlar la dinámica de vuelo.

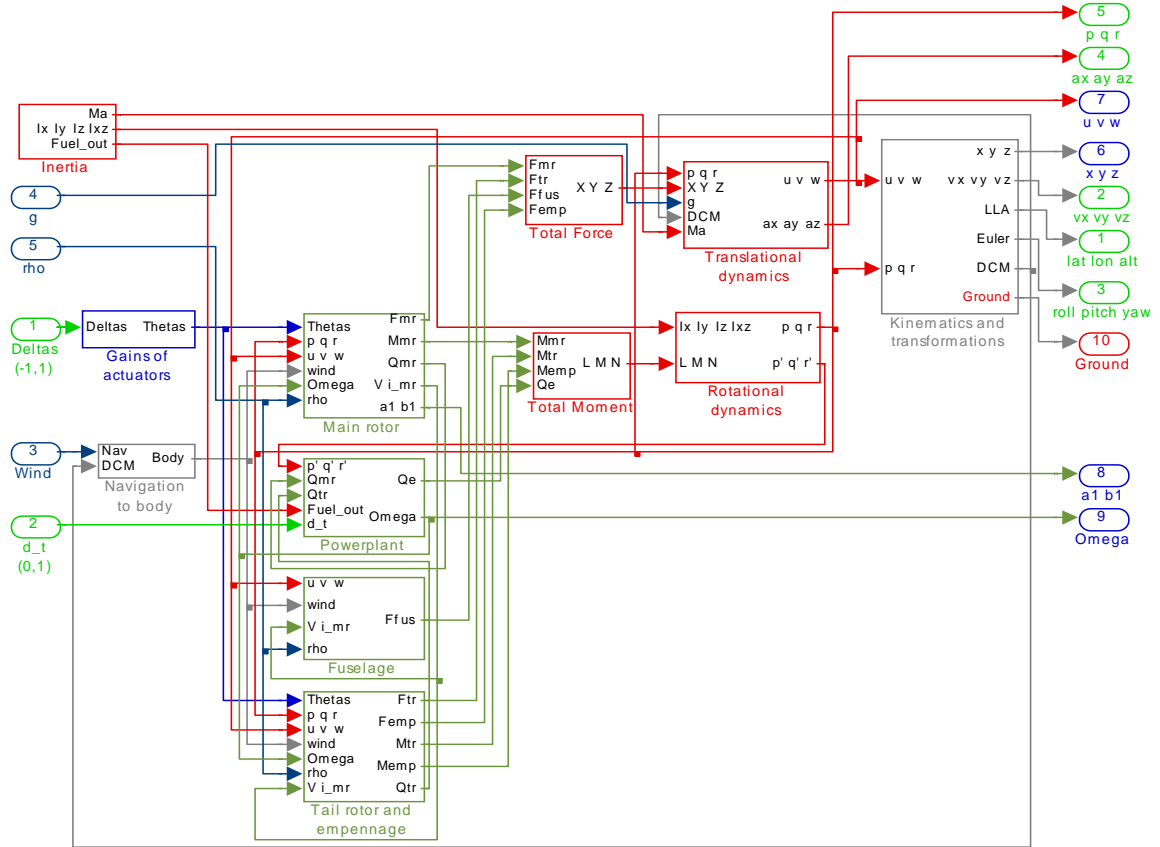


Figura 1.1: Modelo del mini-helicóptero desarrollado en Simulink

La dinámica y modelo matemático han sido estudiados y probados en el marco del proyecto Colibrí, utilizando Simulink de Matlab (Fig. 1.1) y validado en pruebas con piloto. En la siguiente sección se definen algunas variables y términos utilizados a lo largo de este escrito.

1.6.1. Conceptos Básicos

Los estados del mini-helicóptero son controlados por un rotor principal y un rotor de cola a través de tres actuadores (Fig. 1.3) sobre el rotor principal y uno sobre el rotor de cola, así:

Colectivo(δ_{col}): mecanismo llamado de esta manera porque varía el ángulo de incidencia (ángulo de ataque) de las palas del rotor principal en forma conjunta e idéntica (Fig. 1.2), lo cual se traduce en diferencia de presión y variación inmediata de la posición vertical, controlando así el movimiento vertical.

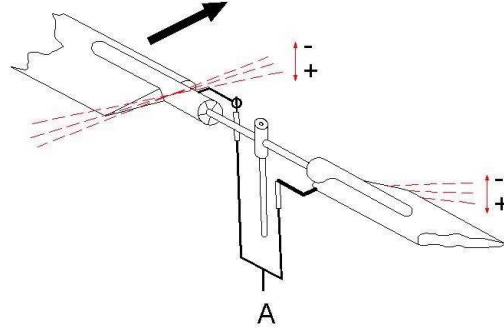


Figura 1.2: Colectivo del rotor principal

Cíclico lateral(δ_{lat}): mecanismo que produce un desplazamiento angular (b_1) del plano de giro de las aspas del mini-helicóptero con respecto al eje y (Fig.1.3) y que permite controlar el movimiento lateral

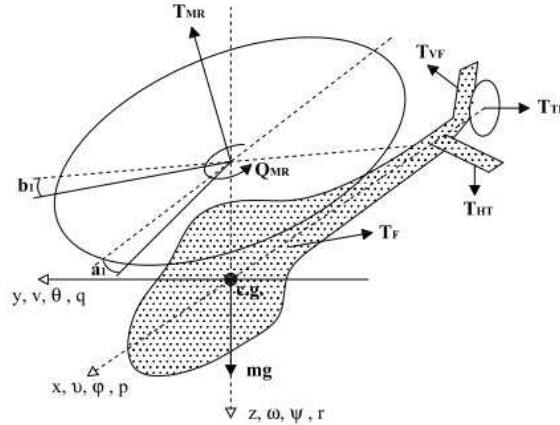


Figura 1.3: Cuerpo del mini-helicóptero y fuerzas sobre él.

Cíclico longitudinal(δ_{lon}): mecanismo que produce un desplazamiento angular(a_1) del plano de giro de las aspas del mini-helicóptero con respecto al eje x (Fig. 1.3) y que permite controlar el movimiento longitudinal.

Colectivo del rotor de cola(δ_{ped}): equivalente a los pedales en un helicóptero de tamaño normal, realiza la misma operación que el colectivo del rotor principal pero produciendo inclinación en las aspas del rotor de cola, permitiendo así controlar la dirección.

Otras variables:

La **posición** x y la **velocidad** u : las cuales describen el **movimiento longitudinal** (a lo largo del eje x)

La **posición** y y la **velocidad** v : las cuales describen el **movimiento lateral** (a lo largo del eje y)

La **posición** z y la **velocidad** w : las cuales describen el **movimiento vertical** (a lo largo del eje z)

Roll: movimiento obtenido por la rotación alrededor de x , descrito por el ángulo de Euler φ y su velocidad p

Pitch: movimiento obtenido por la rotación alrededor de y , descrito por el ángulo de Euler θ y su velocidad q

Yaw: movimiento obtenido por la rotación alrededor de z , descrito por el ángulo de Euler ψ y su velocidad r

Con el cíclico, el colectivo, el pedal, la aceleración total (δ_t) del mini-helicóptero y considerando la velocidad del viento $w = u_w i + v_w j + w_w k$, la cual puede ser modelada para efectos de simulación como una perturbación (ruido), se obtienen nueve variables de entrada que se observan en el vector de la Ec. (1.1),

$$[\delta_{col}, \delta_{lon}, \delta_{lat}, \delta_{ped}, \delta_t, u_w, v_w, w_w]^T \quad (1.1)$$

El cambio en las componentes del vector de entrada de la Ec. (1.1) produce los movimientos mencionados antes y por tanto permiten controlar el estado del mini-helicóptero, determinado por el vector:

$$[u, v, w, p, q, r, \varphi, \theta, \psi, a_1, b_1, \Omega]^T \quad (1.2)$$

En donde a_1 y b_1 son conocidos como ángulos de aleteo ("flapping"), ver Fig. 1.3 y Ω representa la velocidad angular del rotor principal, u, v y w son las velocidades en x, y y z , las cuales se miden con respecto al marco de referencia del cuerpo de la aeronave.

1.6.2. Dinámica y cinemática del modelo

Aquí se pretende describir los elementos necesarios para determinar el movimiento del helicóptero a partir de la suma de fuerzas y momentos y como función de la velocidad y la posición. Las fuerzas que actúan sobre el cuerpo del helicóptero determinan la dinámica del mismo, dichas fuerzas producen momentos y aceleraciones que se pueden relacionar a través de las ecuaciones de Newton-Euler, Ec.(1.3),

$$\begin{cases} m\dot{\mathbf{v}} + m(\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{v}) = \mathbf{F} \\ I\dot{\boldsymbol{\omega}} + m(\boldsymbol{\omega} \times I\boldsymbol{\omega}) = \mathbf{M} \end{cases} \quad (1.3)$$

en donde \mathbf{v} y $\boldsymbol{\omega}$ representan respectivamente los vectores de velocidad del cuerpo del helicóptero con respecto a (x, y, z) y velocidades angulares con respecto a (φ, θ, ψ) , todos mencionados en la sección (1.6.1), m representa la masa variable del helicóptero, \mathbf{F} es el vector de fuerzas externas $[X \ Y \ Z]^T$ actuando sobre el centro de gravedad del

helicóptero, I es el tensor inercial (Sánchez et al, 2007), determinado por la matriz en la Ec. (1.4)

$$I = \begin{pmatrix} I_{xx} & I_{xy} & I_{xz} \\ I_{yx} & I_{yy} & I_{yz} \\ I_{zx} & I_{zy} & I_{zz} \end{pmatrix} \quad (1.4)$$

y \mathbf{M} es el vector de momentos externos $[L \ M \ N]^T$. Además de las fuerzas y los momentos externos producidos por el rotor principal y el de cola, sobre el fuselaje actúa la fuerza gravitacional y las fuerzas generadas por los estabilizadores T_{HT} y T_{VF} , ver Fig. 1.3.

A partir de las ecuaciones (1.3) y considerando las otras fuerzas involucradas en la dinámica de vuelo se obtienen las ecuaciones (1.5) que describen el movimiento traslacional y rotacional del helicóptero.

$$\begin{aligned} \dot{u} &= rv - qw - g \sin \theta + \frac{F_{x_b}}{m} \\ \dot{v} &= pw - ru + g \cos \theta \sin \varphi + \frac{F_{y_b}}{m} \\ \dot{w} &= qu - pv + g \cos \theta \cos \varphi + \frac{F_{z_b}}{m} \\ \dot{p} &= qr \frac{(I_{yy} - I_{zz})I_z - I_{xz}^2}{I_{xx}I_{zz} - I_{xz}^2} + \frac{(I_{xx} - I_{yy} + I_{zz})I_{xz}}{I_{xx}I_{zz} - I_{xz}^2}pq + \frac{I_{zz}}{I_{xx}I_{zz} - I_{xz}^2}L + \frac{I_{xz}}{I_{xx}I_{zz} - I_{xz}^2}N \\ \dot{q} &= pr \frac{I_{zz} - I_{xx}}{I_{yy}}pq - \frac{I_{xz}}{I_{yy}}(p^2 - r^2) + \frac{1}{I_{yy}}M \\ \dot{r} &= \frac{I_{xx}(I_{xx} - I_{yy}) + I_{xz}^2}{I_{xx}I_{zz} - I_{xz}^2}pq - \frac{(I_{xx} - I_{yy} + I_{zz})I_{xz}}{I_{xx}I_{zz} - I_{xz}^2}qr + \frac{I_{xz}}{I_{xx}I_{zz} - I_{xz}^2}L + \frac{I_{xx}}{I_{xx}I_{zz} - I_{xz}^2}N \\ \dot{\phi} &= p + q \tan \theta \sin \phi + r \tan \theta \cos \phi \\ \dot{\theta} &= q \cos \phi - r \sin \phi \\ \dot{\psi} &= q \frac{\sin \phi}{\cos \theta} + r \frac{\cos \phi}{\cos \theta} \\ \dot{a}_1 &= -q - \frac{a_1}{\tau_e} + \frac{1}{\tau_e} \left(\frac{\partial a_1}{\partial \mu} \frac{u - u_w}{\Omega_{mr} R_{mr}} + \frac{\partial a_1}{\partial \mu_z} \frac{w - w_w}{\Omega_{mr} R_{mr}} \right) + \frac{\theta_{lon}}{\tau_e} \delta_{lon} \\ \dot{b}_1 &= -p - \frac{b_1}{\tau_e} - \frac{1}{\tau_e} \frac{\partial a_1}{\partial \mu_v} \frac{v - v_w}{\Omega_{mr} R_{mr}} + \frac{\theta_{lat}}{\tau_e} \delta_{lat} \\ \dot{\Omega} &= \dot{r} + \frac{1}{2.5I_{\beta_{mr}}} (Q_e - Q_{mr} - n_{tr}Q_{tr}) \end{aligned} \quad (1.5)$$

Donde;

$$\begin{cases} L = I_{xx}\dot{p} - (I_{yy} - I_{zz})qr - I_{xz}(\dot{r} + pq) \\ M = I_{yy}\dot{q} + (I_{xx} - I_{zz})rp + I_{xz}(p^2 - r^2) \\ N = I_{zz}\dot{r} - (I_{xx} - I_{yy})pq - I_{xz}(\dot{p} - qr) \end{cases} \quad (1.6)$$

Sustituyendo Ec. (1.6) en Ec. (1.5), reemplazando F_{x_b} , F_{y_b} y F_{z_b} por sus componentes y m por M_a se tiene la Ec. (1.7), que es un poco más simplificada del modelo

del mini-helicóptero.

$$\begin{aligned}
\dot{u} &= rv - qw - g \sin \theta + \frac{X_{mr} + X_{fus}}{M_a} \\
\dot{v} &= pw - ru + g \cos \theta \sin \varphi + \frac{Y_{mr} + Y_{fus} + Y_{tr} + Y_{vf}}{M_a} \\
\dot{w} &= qu - pv + g \cos \theta \cos \varphi + \frac{Z_{mr} + Z_{fus} + Z_{ht}}{M_a} \\
\dot{p} &= qr \frac{I_y - I_z}{I_x} + \frac{(L_{mr} + L_{tr} + L_{vf})}{I_y} \\
\dot{q} &= pr \frac{I_z - I_x}{I_y} + \frac{(M_{mr} + M_{ht})}{I_x} \\
\dot{r} &= qp \frac{I_x - I_y}{I_z} + \frac{(-Q_e + N_{tr} + N_{vf})}{I_z} \\
\dot{\phi} &= p + q \tan \theta \sin \phi + r \tan \theta \cos \phi \\
\dot{\theta} &= q \cos \phi - r \sin \phi \\
\dot{\psi} &= q \frac{\sin \phi}{\cos \theta} + r \frac{\cos \phi}{\cos \theta} \\
\dot{a}_1 &= -q - \frac{a_1}{\tau_e} + \frac{1}{\tau_e} \left(\frac{\partial a_1}{\partial \mu} \frac{u - u_w}{\Omega_{mr} R_{mr}} + \frac{\partial a_1}{\partial \mu_z} \frac{w - w_w}{\Omega_{mr} R_{mr}} \right) + \frac{\theta_{lon}}{\tau_e} \delta_{lon} \\
\dot{b}_1 &= -p - \frac{b_1}{\tau_e} - \frac{1}{\tau_e} \frac{\partial a_1}{\partial \mu_v} \frac{v - v_w}{\Omega_{mr} R_{mr}} + \frac{\theta_{lat}}{\tau_e} \delta_{lat} \\
\dot{\Omega} &= \dot{r} + \frac{1}{2.5 I_{\beta_{mr}}} (Q_e - Q_{mr} - n_{tr} Q_{tr})
\end{aligned} \tag{1.7}$$

Como el control que se pretende diseñar es para un vuelo estacionario (*Hover*), es decir, se mantiene el mini-helicóptero a cierta altura constante, pero no hay movimiento lateral ni longitudinal, entoces las aceleraciones y velocidades lineales y angulares tienden a ser cero y las ecuaciones de movimiento en Ec. (1.7) se reducen a:

$$\begin{aligned}
g \sin \theta &= \frac{\hat{X}_{mr} + \hat{X}_{fus}}{M_a} \\
g \cos \theta \sin \varphi &= -\frac{\hat{Y}_{mr} + \hat{Y}_{fus} + \hat{Y}_{tr} + \hat{Y}_{vf}}{M_a} \\
g \cos \theta \cos \varphi &= -\frac{\hat{Z}_{mr} + \hat{Z}_{fus} + \hat{Z}_{ht}}{M_a} \\
\hat{L}_{mr} &= -\hat{L}_{tr} - \hat{L}_{vf} \\
\hat{M}_{mr} &= -\hat{M}_{ht} \\
\hat{Q}_e &= \hat{N}_{tr} + \hat{N}_{vf}
\end{aligned} \tag{1.8}$$

en las que el sombrero colocado sobre las fuerzas y los momentos indica que se están considerando los efectos de las velocidades iguales a cero.

1.7. Resumen

Es importante resaltar en este capítulo el hecho de que se familiariza al lector con algunos temas relacionados con el vuelo de un helicóptero, al tiempo que se lista un vocabulario técnico para tal fin, se definen las diferentes variables que intervienen en el proceso y se muestran las relaciones físicas y matemáticas entre los diferentes subsistemas del mini-helicóptero robot.

Capítulo 2

Estado del Arte del Control Difuso

2.1. Introducción

En este capítulo se hace un esbozo general de los inicios de la teoría de los conjuntos difusos, se muestran los principales trabajos relacionados con el título de esta tesis y luego se hace un resumen del fundamento teórico de la lógica difusa, se muestran los elementos que conforman un sistema difuso y sus diferentes tipos: sistemas puros, sistemas tipo Mamdani y sistemas tipo Takagi-Sugeno-Kang. Luego se muestra la aplicación de los conceptos anteriores a los sistemas de control y se hace la deducción de los diagramas de bloques de los diferentes tipos de controladores que se van a diseñar a lo largo de la tesis.

2.2. Antecedentes

En (Zadeh, 1965) se introduce la teoría de conjuntos difusos como un mecanismo para representar la vaguedad e imprecisión de los conceptos empleados en el lenguaje natural. Estos conjuntos difusos fueron definidos como una extensión de los conjuntos clásicos capaces de modelar la imprecisión propia de los conceptos humanos. Conviene recalcar que lo que es difuso, impreciso o vago no es la lógica en sí, sino el objeto que estudia: expresa la falta de definición del concepto al que se aplica. La lógica difusa permite representar el conocimiento común, que es mayoritariamente del tipo lingüístico cualitativo y no necesariamente cuantitativo, en un lenguaje matemático a través de la teoría de conjuntos difusos y funciones características asociadas a ellos. Permite trabajar a la vez con datos numéricos y términos lingüísticos (los términos lingüísticos son inherentemente menos precisos que los datos numéricos pero en muchas ocasiones aportan una información más útil para el razonamiento humano).

El aspecto central de los sistemas basados en la teoría de la lógica difusa es que, a diferencia de los que se basan en la lógica clásica, tienen la capacidad de reproducir aceptablemente los modos usuales del razonamiento, considerando que la certeza de una proposición es una cuestión de grado. Más formalmente se puede decir que si la lógica es la ciencia de los principios formales y normativos del razonamiento, la lógica difusa o borrosa se refiere a los principios formales del razonamiento aproximado, considerando

el razonamiento preciso (lógica clásica) como caso límite. Así pues, las características más atractivas de la lógica difusa son su flexibilidad, su tolerancia con la imprecisión, su capacidad para modelar problemas no-lineales, y su base en el lenguaje natural.

2.3. Trabajos Relacionados

Existe gran cantidad de literatura relacionada con el control de aeronaves no tripuladas, parte de ésta se centra en plataformas tipo helicóptero y una cantidad menor (que se ha venido acrecentando en la última década) se relacionada con la técnica del control difuso; aquí aparecen algunos de los autores que han estudiado el tema en diferentes plataformas, unos con mayor profundidad, pero todos con resultados interesantes. Estos se presentarán a continuación.

En (Kadmiry & Driankov, 2004) se diseña un controlador para un helicóptero no tripulado APID-MK3. Se muestra un novedoso diseño tipo "Fuzzy Gain Scheduling", basado en un modelo matemático bastante realista, ya que ha sido trabajado para esta plataforma durante largo tiempo por los autores, dentro de las investigaciones de *WITAS*¹, en Suecia. El controlador difuso fue construido con conjuntos de 4 reglas y muestra resultados de simulaciones donde se controla la actitud (roll, yaw, pitch) y las velocidades en x y y , tanto con ruido como sin ruido externo. Los resultados son excelentes, tal vez los mejores que se encuentran en la literatura relacionada, muestran la efectividad del método de diseño propuesto, la robustez del método y la habilidad de seguir diferentes trayectorias (circulares y rectangulares) en vuelos acrobáticos.

En (Lower et al, 2005) se presenta un sistema de control difuso de vuelo estacionario, en un helicóptero de un solo rotor (plataforma *PZL Kania*²). El modelo matemático del helicóptero y su sistema de vuelo se desarrollaron utilizando Matlab, y el control difuso fue simulado con el mismo programa. Se utilizó poco conocimiento de expertos en vuelo de helicópteros, ya que el control difuso y la simulación permiten hacerlo. A pesar de que aquí se trabajó un esquema bastante simple de simulación y se diseñó una base de reglas difusas con pocas funciones de pertenencia, los resultados obtenidos no fueron muy buenos, ya que los tiempos de estabilización se alcanzaron a los 20 o 30 segundos. Se muestran cuatro resultados importantes: el control de la velocidad longitudinal(w) con y sin efecto de vientos a lo largo del eje x y el control del ángulo de cabeceo (pitch), con y sin efecto de vientos a lo largo del eje y . En el único caso que se logra disminuir el error en estado estable, de manera considerable, es en el control de w sin viento.

En (Cavalcante et al, 2005) a diferencia del caso anterior, se diseñó el control difuso de un helicóptero no tripulado, con base en el conocimiento experto de un piloto y con la interacción con expertos en helicópteros. El trabajo se basa en el ajuste del control para ejecutar determinada misión, y se centra en el desarrollo de un método para ajustar la base de conocimiento durante la fase de sintonización del controlador, de acuerdo a la tarea a ejecutar. A pesar de que los resultados obtenidos en la simulación de una misión específica son buenos, el error en estado estable es de 10 cm para la

¹Wallenberg Laboratory for Information Technology and Autonomous Systems.

²**PZL**, acrónimo polaco que significa Polish Aviation Factory (*Polskie Zakłady Lotnicze*)

altura, $0,01 \text{ rad}$ para el ángulo Yaw y 20 cm para la posición en x y y . Se observa que el tiempo de estabilización es grande, tal vez debido a que utiliza reglas difusas con siete funciones de pertenencia cada una, lo cual implica gran cantidad de procesamiento en máquina.

En (Yu Xu et al, 2006) se muestra el diseño de un controlador inteligente de velocidad para el rotor principal de un mini-helicóptero autónomo sobre una plataforma RAPTOR 60 V2, el cual básicamente es un controlador de velocidad angular tipo PI en el que las ganancias k_i y k_p son supervisadas constantemente por un sistema basado en lógica difusa. El supervisor lógico difuso está compuesto por una interfaz fusificadora, un mecanismo de inferencia, una base de reglas y una interfaz defusificadora. Las entradas al sistema lógico difuso son la señal del error de la velocidad del rotor y su derivada, y las salidas son las ganancias del controlador. Aunque el controlador de las revoluciones del rotor del mini-helicóptero XCell es sólo una parte de nuestro objetivo, se ha considerado esta referencia dado que las entradas difusas están construidas con cinco reglas de pertenencia cada una, que es la forma en que están diseñadas las utilizadas en este trabajo.

En (Sánchez et al, 2007) se diseña el primer controlador difuso para el mini-helicóptero XCell y tal vez el único hasta el momento realizado sobre este modelo de helicóptero. Ha sido desarrollado dentro de las actividades de investigación del proyecto Colibrí y muestra un esquema de control combinado Difuso-PID, difuso para el control del movimiento traslacional y PID para controlar altitud/actitud, obteniendo buenos resultados en la estabilización del mini-helicóptero. Los controladores difusos han sido desarrollados con bases de reglas difusas sencillas de tres funciones de pertenencia, a diferencia de las reglas mostradas en el presente trabajo, las cuales se han construido con cinco funciones de pertenencia.

En (Shim et al, 2009) se comparan tres métodos de control diferentes para el diseño del control del helicóptero: control multivariable robusto lineal, control difuso con sintonización evolutiva y control de seguimiento no lineal del setpoint. El diseño de control se basa en ecuaciones dinámicas no lineales con un modelo simplificado de la generación del par empuje-torque válido para vuelos estacionarios y de baja velocidad. Los resultados de la simulación muestran que el controlador robusto y el difuso son capaces de manejar la incertidumbre y los ruidos. Sin embargo, su régimen de funcionamiento se limita a condiciones cercanas al vuelo estacionario. También se muestra que el control no lineal cubre una gama considerablemente más amplia de condiciones de vuelo, pero requiere un conocimiento preciso sobre el sistema. Las gráficas que resultan de las simulaciones solo muestran el control de x , y y z con pequeños errores en estado estable.

2.4. Lógica Difusa

2.4.1. Conceptos y funciones características

La lógica difusa asocia incertidumbre a la estructura de un conjunto de datos (Zadeh, 1965). Los elementos de un conjunto difuso son pares ordenados que indican el valor del elemento y su grado de pertenencia. Para un conjunto difuso

$A = \{(x, \mu_A(x)) / x \in X\}$, se tiene que el elemento x pertenece al conjunto A con un grado de pertenencia $\mu_A(x)$ que puede variar entre 0 y 1. Por lo tanto, una variable puede ser caracterizada por diferentes valores lingüísticos, cada uno de los cuales representa un conjunto difuso. A continuación se presentan algunas definiciones básicas de utilidad en el manejo de los conjuntos borrosos (Szczepaniak et al, 2000).

Conjunto vacío: un conjunto difuso A está vacío, y se escribe $A = 0$, si y sólo si $\mu_A(x) = 0, \forall x \in U$.

Igualdad: dos conjuntos difusos A y B definidos sobre el mismo universo de discurso U son iguales, se escribe $A = B$, si solo si $\mu_A(x) = \mu_B(x), \forall x \in U$.

Contenencia: un conjunto difuso A definido en U , está contenido en B (o alternativamente, es un subconjunto de B), y se escribe $A \subset B$, si solo si:

$$\mu_A(x) \leq \mu_B(x), \forall x \in U \quad (2.1)$$

Normalidad: un conjunto difuso A en U es normal si y sólo si $\max_{x \in U} \mu_A(x) = 1$

2.4.2. Operaciones Básicas

Dados dos conjuntos difusos A y B en el mismo universo X , con funciones de pertenencia μ_A y μ_B respectivamente, se pueden definir las siguientes operaciones básicas:

Unión

La función de pertenencia de la unión de A y B se define como se muestra en la Ec. (2.2)

$$\mu_{A \cup B} = \max\{\mu_A(x), \mu_B(x)\} \quad (2.2)$$

y cuya interpretación geométrica se observa en la Fig. 2.1

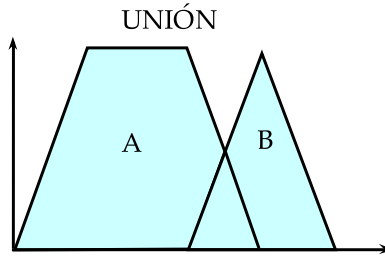


Figura 2.1: Unión de conjuntos difusos

Intersección

La función de pertenencia de la intersección de A y B se define en la Ec. (2.3) y su interpretación geométrica se observa en la Fig. 2.2

$$\mu_{A \cap B} = \min\{\mu_A(x), \mu_B(x)\} \quad (2.3)$$

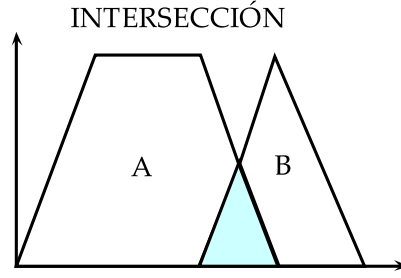


Figura 2.2: Intersección de conjuntos difusos

Complemento

La función de pertenencia del complemento de A se define como aparece en la Ec. (2.4)

$$\mu_{\bar{A}}(x) = 1 - \mu_A(x) \quad (2.4)$$

y su interpretación gráfica como aparece en la Fig. 2.3

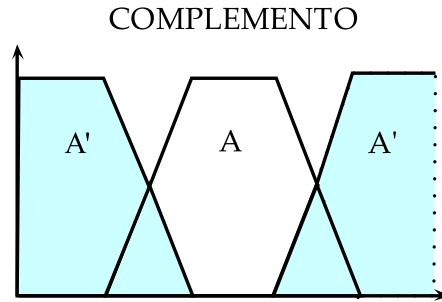


Figura 2.3: Complemento de un conjunto difuso

No obstante, al contrario de lo que pasa con los conjuntos clásicos, ésta no es la única forma posible de definir estas operaciones; diferentes funciones pueden ser apropiadas para representarlas en diferentes contextos. Por lo tanto, no sólo las funciones de pertenencia de los conjuntos difusos van a ser dependientes del contexto sino también las operaciones sobre dichos conjuntos.

Producto cartesiano

Dados los conjuntos difusos A_1, \dots, A_n con universos X_1, \dots, X_n respectivamente, se define el producto cartesiano como un conjunto difuso en $X_1 \times \dots \times X_n$ con la siguiente función de pertenencia:

$$\mu_{A_1 \times \dots \times A_n}(x_1, \dots, x_n) = \min\{\mu_{A_1}(x_1), \dots, \mu_{A_n}(x_n)\} \quad (2.5)$$

según (Mamdani, 1977),

$$\mu_{A_1 \times \dots \times A_n}(x_1, \dots, x_n) = \mu_{A_1}(x_1) \cdot \mu_{A_2}(x_2) \cdot \dots \cdot \mu_{A_n}(x_n) \quad (2.6)$$

según Larsen(1980).

Intersección difusa: t- norma

Dados dos conjuntos A y B , definidos sobre un mismo universo de discurso U , se define su intersección como un conjunto borroso $A \cap B$ cuya función de pertenencia viene dada por la expresión

$$\mu_{A \cap B}(x) = T[\mu_A(x), \mu_B(x)], \forall x \in U \quad (2.7)$$

donde la función $T(x, y)$ es una *norma triangular o t-norma* (Szczepaniak et al, 2000). Una t-norma es una aplicación $T : [0, 1] \times [0, 1] \rightarrow [0, 1]$ que verifica las siguientes propiedades:

1. *Conmutativa*: $T(x, y) = T(y, x), \forall x, y \in [0, 1]$
2. *Asociativa*: $T(T(x, y), z) = T(x, T(y, z)), \forall x, y, z \in [0, 1]$
3. *Monotonía*: si $(x \leq y)$ y $(w \leq z)$ entonces

$$T(x, w) \leq T(y, z), \forall x, y, w, z \in [0, 1] \quad (2.8)$$

4. *Elemento absorbente*: $T(x, 0) = 0, \forall x \in [0, 1]$
5. *Elemento neutro*: $T(x, 1) = x, \forall x \in [0, 1]$

Existen muchas funciones que cumplen estas propiedades y que por lo tanto pueden ser utilizadas para representar la intersección entre conjuntos difusos. Algunas de ellas son las siguientes:

$T(x, y) = \min(x, y)$	Mínimo
$T(x, y) = \max(0, x + y - 1)$	Diferencia acotada
$T(x, y) = x \cdot y$	Producto algebraico
$T(x, y) = \begin{cases} \min(x, y) & \text{si } \max(x, y) = 1 \\ 0 & \text{en cualquier otro caso} \end{cases}$	Producto drástico

Unión difusa: t- conorma

Dados dos conjuntos borrosos A y B definidos sobre el mismo universo de discurso U , se define su unión como un conjunto borroso $A \cup B$ cuya función de pertenencia viene dada por la expresión:

$$\mu_{A \cup B}(x) = S(\mu_A, \mu_B), \forall x \in U \quad (2.9)$$

donde la función $S(x, y)$ es una conorma triangular, también llamada t-conorma o s-norma. Es una aplicación $S : [0, 1] \times [0, 1] \rightarrow [0, 1]$ que satisface los siguientes requisitos:

1. *Conmutatividad*: $S(x, y) = S(y, x), \forall x, y \in [0, 1]$
2. *Asociatividad*: $S(S(x, y), z) = S(x, S(y, z)), \forall x, y, z \in [0, 1]$
3. *Monotonía*: si $(x \leq y)$ y $(w \leq z)$ entonces

$$S(x, w) \leq S(y, z), \forall x, y, w, z \in [0, 1] \quad (2.10)$$

4. *Elemento absorbente*: $S(x, 1) = 1, \forall x \in [0, 1]$
5. *Elemento neutro*: $S(x, 0) = x, \forall x \in [0, 1]$

Al igual que en los casos anteriores, existe un gran número de funciones que cumplen estas propiedades y que pueden ser utilizadas para representar la unión. Algunos ejemplos son:

$S(x, y) = \max(x, y)$	Máximo
$S(x, y) = \min(1, x + y)$	Suma acotada
$S(x, y) = x + y - x \cdot y$	Suma algebraica
$S(x, y) = \begin{cases} \max(x, y) & \text{si } \min(x, y) = 0 \\ 1 & \text{en cualquier otro caso} \end{cases}$	Suma drástica

2.4.3. Relaciones Difusas

Una relación difusa representa el grado de presencia o ausencia de asociación, interacción o interconexión entre elementos de dos o más conjuntos difusos, por ejemplo: “ x es mayor que y ”. Supongamos U y V dos universos de discurso, la relación difusa $R(U, V)$ es un conjunto difuso en el espacio producto $U \times V$ que se caracteriza por la función de pertenencia $\mu_R(x, y)$ donde x pertenece a U e y pertenece a V , es decir,

$$R(U, V) = \{((x, y), \mu_R(x, y)) | (x, y) \in U \times V\} \quad (2.11)$$

en el caso de las relaciones difusas $\mu_R(x, y) \in [0, 1]$ y en caso de las relaciones clásicas $\mu_R(x, y) = 0$ ó $\mu_R(x, y) = 1$.

Como las relaciones difusas son en si mismas un conjunto difuso en el espacio producto, las operaciones entre conjuntos y los operadores definidos anteriormente también pueden ser aplicadas a ellas. Supongamos $R(x, y)$ y $S(x, y)$ dos relaciones en el mismo espacio producto $U \times V$. La intersección o unión entre R y S , que son composiciones entre las dos relaciones, se definen como:

$$\begin{aligned} \mu_{R \cap S}(x, y) &= \mu_R(x, y) * \mu_S(x, y) \\ \mu_{R \cup S}(x, y) &= \mu_R(x, y) \oplus \mu_S(x, y) \end{aligned} \quad (2.12)$$

dónde $*$ es cualquier t-norma y \oplus es cualquier t-conorma.

Operador conectivo "AND"("Y")

Si se tienen dos conjuntos difusos $A \subset U$ y $B \subset V$, y un par $(x, y) \in U \times V$, el conectivo “AND” que nos indica en qué medida $x \in A$ e $y \in B$ se puede implementar mediante la siguiente relación difusa:

$$\mu_{AND}(x, y) = \min(\mu_A(x), \mu_B(y)) \quad (2.13)$$

Se puede observar que esta noción es muy parecida a la de intersección de conjuntos clásica. No es exactamente igual, ya que la operación de intersección se define para conjuntos en el mismo universo de discurso. De todos modos, y debido precisamente a esa similitud, es frecuente definir el conectivo “AND” mediante cualquier t-norma y no sólo mediante el empleo del mínimo.

Operador conectivo "OR"("O")

El conectivo “OR”, que da idea de la medida en que $x \in A$ ó $y \in B$, se define habitualmente como la relación

$$\mu_{OR}(x, y) = \max(\mu_A(x), \mu_B(y)) \quad (2.14)$$

o bien mediante cualquier otra t-conorma.

Operador implicación "THEN"("ENTONCES")

De igual forma, se buscan realizaciones para el operador de implicación “THEN” como relaciones borrosas entre antecedentes y consecuentes. En lógica difusa hay muchas maneras con las que puede definirse una implicación; basándose en dichas definiciones pueden generarse muchas funciones de implicación diferentes en base a t-normas y t-conormas. A continuación se expresan las principales implicaciones borrosas, de las que la implicación de Mamdani (mínimo) y de Larsen (producto) son las de más fácil implementación.

$\mu_M(x, y) = \min(\mu_A(x), \mu_B(y))$	Mamdani
$\mu_P(x, y) = \mu_A(x) \cdot \mu_B(y)$	Larsen
$\mu_R = 1 - \mu_A(x) + \mu_A(x) \cdot \mu_B(y)$	Reichenbach
$\mu_L(x, y) = \min(1 - \mu_A(x) + \mu_B(y), 1)$	Lucasiewicz
$\mu_W(x, y) = \max(1 - \mu_A(x), \min(\mu_A(x), \mu_B(y)))$	Willmott
$\mu_{KD}(x, y) = \max(1 - \mu_A(x), \mu_B(y))$	Kleene-Dienes

Cuando μ_A y μ_B no toman nada más que los valores 0 y 1, las definiciones anteriores son compatibles con la implicación de la lógica clásica (correspondiendo 0 al valor de falsedad y 1 al de verdad), salvo en las implicaciones μ_M y μ_P .

2.4.4. Inferencia Difusa

Al contrario que en lógica clásica, en lógica difusa el razonamiento no es preciso, sino que éste tiene lugar de una manera aproximada. Esto quiere decir que se puede inferir una conclusión aunque el hecho no verifique la regla plenamente (*Razonamiento Aproximado*). Dicha conclusión se parecerá tanto más a la conclusión formal de la regla original cuanto mayor sea el grado de cumplimiento de la regla por parte del hecho. El razonamiento aproximado se resume generalmente, por extensión del razonamiento clásico, en los esquemas de *modus ponens generalizado* y *modus tollens generalizado*.

2.5. Sistemas de Lógica Difusa

En la literatura especializada se distinguen tres clases de sistemas basados en reglas borrosas (*SBRB*), de acuerdo con la forma de las reglas y del tipo de entradas y salidas (Gordon, 1997):

2.5.1. Sistemas Puros

Estos sistemas tienen como entrada y como salida conjuntos borrosos. Al no realizar ninguna transformación sobre las entradas o sobre las salidas, tienen solo dos componentes principales: una base de conocimiento y un motor de inferencias. Las reglas lingüísticas empleadas son de la forma

$$\text{Si } X_1 \text{ es } A_1 \text{ y } \dots X_n \text{ es } A_n \text{ ENTONCES } Y \text{ es } B \quad (2.15)$$

donde X_1 e Y son variables lingüísticas, y los A_1 y B son etiquetas lingüísticas asociadas a conjuntos difusos.

2.5.2. Sistemas Difusos Tipo Mamdani

Este tipo de sistemas fue propuesto por Mamdani (Mamdani, 1977), quien fue capaz de traducir las teorías difusas propuestas por Zadeh en el primer sistema difuso aplicado a un problema de control. Estos se conocen también con el nombre de controladores difusos. Un sistema tipo Mamdani corresponde a la noción más conocida de sistema difuso; está compuesto por una base de conocimiento, un motor de inferencias, y unas interfaces de fusificación y defusificación Fig. 2.4. Estos sistemas tienen una serie de características interesantes (Alcala et al, 1999):

- Pueden ser usados en aplicaciones del mundo real, ya que manejan con facilidad entradas y salidas reales.
- Proporcionan un marco natural para la inclusión de conocimiento experto en forma de las reglas lingüísticas.
- Tienen gran libertad a la hora de elegir las interfaces de fusificación y defusificación.

Las reglas que manejan esta clase de sistemas son de la forma

$$\text{Si } X_1 \text{ es } A_1 \text{ y } \dots X_n \text{ es } A_n \text{ ENTONCES } Y \text{ es } B \quad (2.16)$$

donde las entradas X_1 y la salida Y son ahora números (no difusos), en lugar de términos lingüísticos (como en el caso anterior), y por lo tanto, los A_1 y B son conjuntos difusos sin interpretación directa, en lugar de etiquetas lingüísticas.

2.5.3. Sistemas Difusos Tipo Takagi-Sugeno-Kang

En lugar de trabajar con reglas lingüísticas como Mandani, Takagi, Sugeno y Kang (Sugeno & Kang, 1988), (Takagi & Sugeno, 1985) propusieron un nuevo modelo basado en reglas donde el antecedente estaba compuesto de variables lingüísticas y el consecuente se representaba como una función de las variables de entrada. La forma más habitual de esta clase de reglas es la siguiente:

$$\text{Si } X_1 \text{ es } A_1 \text{ y } \dots X_n \text{ es } A_n \text{ ENTONCES } Y = p_1 \cdot X_1 + \dots + p_n \cdot X_n + p_0 \quad (2.17)$$

siendo X_i las variables de entrada, Y la variable de salida, y p_i parámetros reales. Esta clase de reglas se conocen como reglas *TSK* en referencia a sus creadores. La salida de un sistema borroso *TSK* que usa una base de conocimiento con m reglas se obtiene como la media ponderada de las salidas individuales proporcionadas por cada regla, Y_i , ($i = 1, \dots, m$), como sigue

$$\frac{\sum_{i=1}^m h_i \cdot Y_i}{\sum_{i=1}^m h_i} \quad (2.18)$$

siendo $h_i = T(A_1^i(x_1), \dots, A_n^i(x_n))$ el grado de emparejamiento entre la parte antecedente de la regla i y las entradas actuales al sistema $x = (x_1, \dots, x_n)$. T es un operador de conjunción que se modela mediante una *t-norma*.

2.6. Elementos de un Sistema Difuso

En la Fig. 2.4 aparecen los elementos principales de un Sistema de Lógica Difusa.

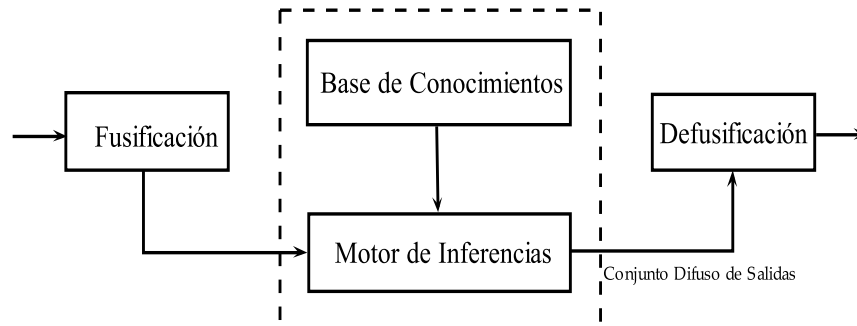


Figura 2.4: Elementos de un Sistema de Lógica Difusa

Se toma como modelo un sistema tipo Mamdani por ser éste el más usado en la literatura. Contiene cuatro componentes fundamentales (Mendel, 1995):

1. *Interfaz de Fusificación*

Que realiza un escalado de los valores de las entradas para adecuarlos a los valores típicos para los que se define el sistema, y una fusificación que convierte los datos de entrada en valores lingüísticos adecuados para la manipulación de éstos.

Si x_0 es el valor concreto de una entrada del sistema difuso, parece lógico definir el correspondiente conjunto difuso de entrada mediante la siguiente función de pertenencia

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } x = x_0 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases} \quad (2.19)$$

2. *Base de Conocimiento*

Formada por una "base de datos", que recoge la definición de las funciones de pertenencia de las entradas y el sistema, y una "base de reglas", que caracteriza y resume la política y objetivos del control de un experto por medio de un conjunto de reglas lingüísticas de control.

- *Base de reglas:* el experto es capaz, mediante un conjunto de reglas que constituyen su experiencia sobre el tema, de elaborar unas conclusiones o consecuentes a partir de unos hechos observados o antecedentes. El experto podrá transmitir sus conocimientos, al menos parcialmente, mediante un conjunto de N reglas del tipo *si-entonces* con antecedentes relacionados por el conectivo "Y" en la mayoría de los casos. La experiencia del ser humano, recogida y almacenada de esta manera, es lo que se denomina base de reglas (o base de conocimiento) por similitud con los métodos de trabajo y la terminología propios de los Sistemas Expertos. Existen varios modos de derivación de las reglas, siendo éste el punto fuerte de numerosas investigaciones actualmente, entre las cuales cabe destacar:

- a) Basados en los conocimientos de un experto, generalmente a través de una verbalización introspectiva de ésta, o a partir de cuestionarios cuidadosamente organizados.
- b) Basados en las acciones de control de un operador, en función de los datos de entrada- salida observados.
- c) Basados en un modelo difuso del proceso.
- d) Basados en aprendizaje (controladores auto-organizados).

- *Funciones de pertenencia.*

Base de datos: los conceptos asociados con la base de datos se usan para caracterizar las reglas borrosas y la manipulación de los datos en un sistema difuso. Estos conceptos son definidos subjetivamente y están basados en la experiencia y juicio de un experto sobre el proceso. Algunos de estos aspectos serán la cuantificación y normalización de los universos de discurso,

número de conjuntos difusos o categorías lingüísticas de entradas y control, y la elección de las funciones de pertenencia asociadas a éstas últimas. La elección de niveles de cuantificación tiene una influencia esencial en la precisión y "finura" del sistema obtenido. Existen dos métodos para definir conjuntos difusos (mediante sus funciones de pertenencia), dependiendo de si los universos de discurso son discretos o continuos:

- **Definición numérica:** en el caso de universos discretos la función de pertenencia de un conjunto borroso se representa como un vector de números cuya dimensión depende del grado de discretización.
- **Definición funcional:** en el caso de universos continuos las funciones de pertenencia se expresan por medio de funciones regulares, típicamente triangulares o trapezoidales. La elección de la forma de las funciones de pertenencia se basa en criterios subjetivos o característicos de cada proceso en cuestión.

3. Motor de Inferencias

El motor de inferencias representa el núcleo del SBRB y agrupa toda la lógica de inferencia borrosa del sistema, de barrido de las reglas durante ésta, elección refinada de reglas a utilizar, etc.

La inferencia borrosa es el proceso mediante el cual se obtiene como consecuente un conjunto borroso a partir de unos antecedentes también borrosos. El razonamiento aproximado se resume generalmente, por extensión del razonamiento clásico, en los esquemas de modus ponens generalizado y modus tollens generalizado

4. Interfaz de Defusificación

Que convertirá la acción difusa actualmente inferida en una acción concreta susceptible de aplicación sobre el proceso y realizará un escalado para adecuar los rangos de salida para los que se ha definido el sistema con las entradas del proceso. Para calcular la señal de salida (reversar el proceso) se puede recurrir a distintos métodos. No existe ningún procedimiento sistemático para la elección de la estrategia de defusificación, siendo las más usadas en la actualidad las siguientes:

- a) *Método de máxima pertenencia:* el valor de salida es aquél cuyo grado de pertenencia al conjunto de salida $D(y)$ inferido sea máximo.

$$\max_{y \in D(y)} \mu_{D(y)} = \mu_{D(y_0)} \quad (2.20)$$

- b) *Método del centro de gravedad (centroide):* es el más usado de todos los métodos, ya que proporciona variaciones suaves y continuas de los valores de salida. Esta se calcula como el centro de gravedad de la función de pertenencia del conjunto de salida $D(y)$.

$$y_0 = \frac{\int y \mu_{D(y)} dy}{\int \mu_{D(y)} dy} \quad (2.21)$$

- c) *Método del máximo indexado*: este método calcula el centro de gravedad del subconjunto difuso del consecuente inferido, correspondiente a los puntos cuyo valor de pertenencia al consecuente es superior a un umbral dado.

Existen otros muchos métodos de defusificación (Klir & Yuan, 1995), siendo éste un tema de constante estudio en la literatura (Mendel, 1995).

2.7. Control Difuso

Los controladores difusos aparecen en productos de consumo como lavadoras, cámaras fotográficas, video cámaras, etc, y en la industria en plantas de cemento, trenes de alta velocidad, vehículos de carga pesada, robots, etc. Un controlador difuso es un controlador automático o un mecanismo autorregulado que controla un objeto de acuerdo con un comportamiento deseado. El objeto puede ser un robot del que se desea que siga un camino. El controlador difuso actúa a través de reglas más o menos en lenguaje natural, que son construidas por un experto en la operación de la planta a controlar; es así como el control difuso se puede considerar como una rama del control inteligente (Jantzen, 2007).

Un controlador *PID* difuso actúa sobre las señales de entrada igual, pero la estrategia de control se formula como reglas difusas. Los controladores difusos *PID* son similares a los controladores *PID* en ciertas suposiciones, sobre la forma de las funciones de pertenencia y el método de inferencia (Siler & Ying, 1989), (Mizumoto, 1992), (Qiao & Mizumoto, 1995), (Tso & Fung, 1997).

Un procedimiento de diseño de controladores difusos del tipo *PID*, sobre la base de sintonización *PID*, es la siguiente:

Procedimiento de diseño *PID* difuso:

1. Construir y ajustar un controlador *PID* convencional en primer lugar.
2. Reemplazarlo por un equivalente controlador difuso lineal.
3. Hacer que el controlador difuso sea no lineal.
4. Afinarlo.

Si se toma como punto de partida un controlador ideal *PID* continuo,

$$u = K_p \left(e + \frac{1}{T_i} \int e(t)dt + T_d \frac{de}{dt} \right) \quad (2.22)$$

La señal de control u es una combinación lineal del error e , su integral y derivada. El parámetro K_p es la ganancia proporcional, T_i es el tiempo integral y T_d el tiempo derivativo.

En controladores digitales la ecuación debe ser aproximada. Reemplazando el término derivativo por una diferencia hacia atrás y la integral por una suma mediante la

integración de forma rectangular, y teniendo en cuenta una constante (preferiblemente pequeña) tiempo de muestreo T , la aproximación más simple es,

$$u(k) = K_p \left(e(k) + \frac{1}{T_i} \sum_{j=1}^n e(j)T + T_d \frac{e(k) - e(k-1)}{T} \right) \quad (2.23)$$

El índice k se refiere al instante de tiempo. Haciendo $k := kT$ la Ec. (2.23) se puede expresar en la forma recursiva de la Ec. (2.24)

$$u(kT) = u((k-1)T) + q_0 e(kT) + q_1 e((k-1)T) + q_2 e((k-2)T) \quad (2.24)$$

Utilizando la transformada Z y haciendo la simplificación respectiva, la Ec. (2.24) se expresa como la función de transferencia de la Ec. (2.25)

$$\frac{U(z)}{E(z)} = \frac{q_0 z^2 + q_1 z + q_2}{z(z-1)} \quad (2.25)$$

con:

$$\begin{aligned} q_0 &= K_p \left(1 + \frac{T}{2T_i} + \frac{T_d}{T} \right) \\ q_1 &= -K_p \left(1 - \frac{T}{2T_i} + \frac{2T_d}{T} \right) \\ q_2 &= \frac{K_p T_d}{T} \end{aligned}$$

Por sintonización se deben ajustar los parámetros K_p , T_i y T_d con el fin de lograr un buen desempeño.

2.7.1. Controlador Difuso Proporcional (FP)

Si se lleva $\frac{1}{T_i} = 0$ y la acción derivativa $T_d = 0$ en Ec. (2.23), se obtiene un controlador proporcional definido por

$$u(n) = K_p e(n) \quad (2.26)$$

El controlador difuso proporcional (FP) en el diagrama de bloques de la Fig. 2.5, actúa sobre la señal de error e , y su señal de control es U .

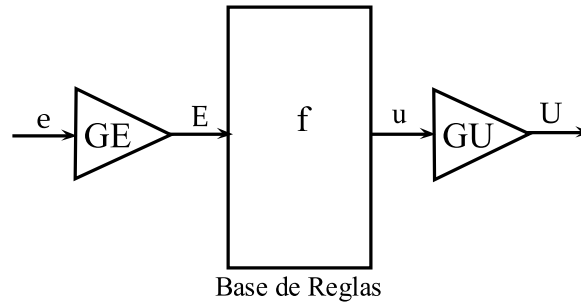


Figura 2.5: Diagrama de un controlador Difuso Proporcional

El controlador *FP* tiene dos ganancias de ajuste de *GE* y *GU*, mientras que el controlador proporcional tiene solo una, *Kp*. La señal de control $U(n)$ en el tiempo n generalmente es una función no lineal de la entrada $e(n)$,

$$U(n) = f(GE \times e(n)) \times GU \quad (2.27)$$

La función f denota el mapa de base de reglas. Por lo general es no lineal, pero con una opción favorable de diseño es una aproximación lineal:

$$f(GE \times e(n)) \approx GE \times e(n) \quad (2.28)$$

Reemplazando en la señal de control:

$$\begin{aligned} U(n) &= GE \times e(n) \times GU \\ &= GE \times GU \times e(n) \end{aligned} \quad (2.29)$$

Comparando con la ecuación inicial el producto de los factores de ganancia corresponde a la ganancia proporcional:

$$GE \times GU = K_p \quad (2.30)$$

2.7.2. Controlador Difuso Proporcional Derivativo (*FPD*)

Debido a la dinámica de la planta, tardará algún tiempo antes de que un cambio en la señal de control sea evidente en la salida de la planta, y el controlador proporcional será igual al final de la corrección del error. La acción derivativa ayuda a predecir el futuro del error, y el controlador *PD* utiliza la acción derivativa para mejorar la estabilidad en lazo cerrado. En tiempo discreto, y haciendo la acción integral cero $\frac{1}{T_i} = 0$, el controlador *PD* es como se observa en la Ec. (2.31),

$$u(n) = K_p \left(e(n) + T_d \frac{e(n) - e(n-1)}{T_s} \right) \quad (2.31)$$

El segundo término entre paréntesis es proporcional a una estimación del error, T_d segundos antes del instante de tiempo n , donde la estimación se obtiene por extrapolación lineal de la línea recta que une $e(n-1)$ y $e(n)$.

Con $T_d = 0$, el controlador es puramente proporcional, cuando T_d se aumenta gradualmente se amortiguan posibles oscilaciones. Si T_d aumenta demasiado la respuesta al escalón del sistema en lazo cerrado se convierte en sobreamortiguada, y comenzará a oscilar de nuevo. La entrada difusa proporcional - derivativa (*FPD*) del controlador en la Fig. 2.6 se observa en Ec. (2.32)

$$\dot{e}(n) \approx \frac{e(n) - e(n-1)}{T_s} \quad (2.32)$$

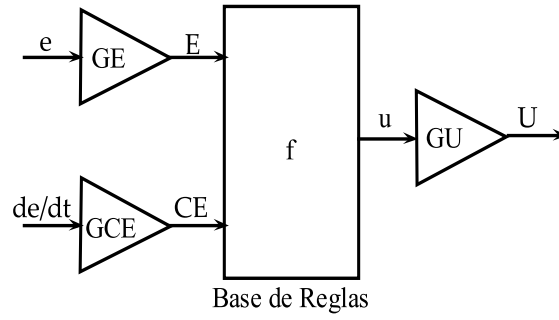


Figura 2.6: Diagrama en bloques de un controlador *FPD*

En la Fig. 2.6 CE representa el cambio en el término de error y $CE = GCE \times \dot{e}$, La señal de control $U(n)$, en el instante de tiempo n , es una función no lineal del error y del cambio en el error,

$$U(n) = f(GE \times e(n), GCE \times \dot{e}(n)) \times GU \quad (2.33)$$

Por aproximación lineal

$$\begin{aligned} U(n) &= (GE \times e(n) + GCE \times \dot{e}(n)) \times GU \\ &= GE \times GU \left(e(n) + \frac{GCE}{GE} \dot{e}(n) \right) \end{aligned} \quad (2.34)$$

Se obtiene

$$\begin{aligned} GE \times GU &= K_p \\ \frac{GCE}{GE} &= T_d \end{aligned} \quad (2.35)$$

El controlador difuso *PD* se puede aplicar cuando el control proporcional es insuficiente. El término derivativo reduce el exceso, pero puede ser sensible al ruido así como a cambios bruscos de la referencia.

2.7.3. Controlador Difuso Proporcional Derivativo con acción Integral (*FPD + I*)

Si el funcionamiento del sistema en lazo cerrado presenta un error sostenido en el estado de equilibrio, la acción integral es necesaria. La acción integral incrementa (o disminuye) la señal de control si existe una relación positiva (o negativa) del error, incluso para pequeñas magnitudes del error. Así, un controlador con acción integral siempre volverá a la referencia en el estado de equilibrio.

Un controlador *PID* difuso actúa en tres entradas: error, integral del error y derivada del error. Una base de reglas con tres entradas puede ser un problema. Con la premisa de tres entradas y, por ejemplo, tres términos lingüísticos para cada entrada, la base de reglas completa consta de $3^3 = 27$ normas, por lo que es complicado de mantener. Por otra parte, es difícil de resolver sobre las normas relativas a la acción integral, ya

que los valores inicial y final de la integral dependen de la carga. La acción integral en el controlador *PID* responde a su propósito, sin embargo, un diseño simple es la combinación de una acción precisa integral y una base difusa *PD*, como se muestra en la Fig. 2.7.

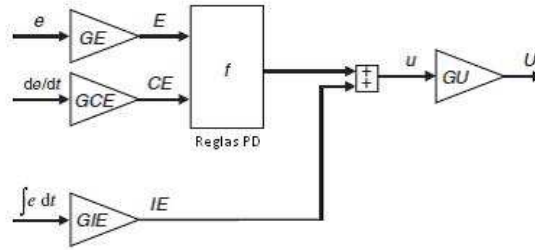


Figura 2.7: Diagrama en bloques de un controlador *PD+I*

La integral del error $IE = GIE \int e dt$ que es proporcional a la acumulación de todas las mediciones de error anterior en tiempo discreto, con

$$\int e dt \approx \sum_{j=1}^n e(j)T_s \quad (2.36)$$

La integración rectangular es una simple aproximación a la integral. La señal de control $U(n)$ después de la ganancia GU , en el instante n , es una función no lineal de error, el cambio en el error y la integral del error Ec. (2.37)

$$U(n) = \left[f(GE \times e(n), GCE \times \dot{e}(n)) + GIE \sum_{j=1}^n e(j)T_s \right] \times GU \quad (2.37)$$

La función f es de nuevo la superficie de control de una base de reglas *PD*. La asignación es por lo general no lineal, pero con una opción favorable de diseño se puede tener la aproximación en Ec.(2.38)

$$U(n) \approx \left[GE \times e(n) + GCE \times \dot{e}(n) + GIE \sum_{j=1}^n e(j)T_s \right] \times GU \quad (2.38)$$

Dividiendo y multiplicando Ec. (2.38) por GE se obtiene Ec. (2.39)

$$U(n) \approx GE \times GU \times \left[e(n) + \frac{GCE}{GE} \times \dot{e}(n) + \frac{GIE}{GE} \sum_{j=1}^n e(j)T_s \right] \quad (2.39)$$

En Ec. (2.39) se ha supuesto que GE no es cero. Comparando Ec.(2.31) con Ec. 2.39 las ganancias se relacionan de la siguiente manera:

$$\begin{aligned}
GE \times GU &= K_p \\
\frac{GCE}{GE} &= T_d \\
\frac{GIE}{GE} &= \frac{1}{T_i}
\end{aligned} \tag{2.40}$$

2.7.4. Controlador Difuso Incremental (*FINC*)

Un controlador incremental agrega un cambio en la señal de control ΔU a la señal de control actual,

$$\begin{aligned}
u(n) &= u(n-1) + \Delta u(n)T_s \Rightarrow \\
\Delta u(n) &= K_p \left(\frac{e(n) - e(n-1)}{T_s} + \frac{1}{T_i} e(n) \right)
\end{aligned} \tag{2.41}$$

El control difuso incremental (*FINC*) de la Fig. 2.8 es casi la misma configuración que el controlador *FPD*, excepto que se agregó el integrador. La conclusión en la base de reglas ahora se llama cambio en la salida (*cu*) y la ganancia en la salida es, por lo tanto, *GCU*. La señal de control $U(n)$ en el instante de tiempo n es la suma de todos los incrementos anteriores.

$$\begin{aligned}
U(n) &= \sum_{j=1}^n (cu(j) \times GCU \times T_s) \\
&= \sum_{j=1}^n (f(GE \times e(j), GCE \times \dot{e}(j)) \times GCU \times T_s)
\end{aligned} \tag{2.42}$$

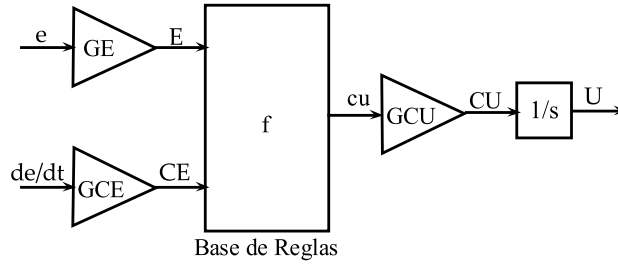


Figura 2.8: Diagrama en bloques de un controlador difuso Incremental (*FINC*)

Por aproximación lineal:

$$\begin{aligned}
 U(n) &\approx \sum_{j=1}^n (GE \times e(j) + GCE \times \dot{e}(j) \times GCU \times T_s) \\
 &= GCU \times \sum_{j=1}^n \left[GE \times e(j) + GCE \frac{e(j) - e(j-1)}{T_s} \right] \times T_s \\
 &= GCU \times \left[GE \times \sum_{j=1}^n e(j) \times T_s + GCE \times \sum_{j=1}^n (e(j) - e(j-1)) \right] \\
 &= GCE \times GCU \left[\frac{GE}{GCE} \sum_{j=1}^n (e(j) \times T_s) + e(n) \right]
 \end{aligned}$$

haciendo $T_d = 0$ las ganancias se relacionan como en la Ec.(2.43):

$$\begin{aligned}
 GCE \times GCU &= K_p \\
 \frac{GE}{GCE} &= \frac{1}{T_i}
 \end{aligned} \tag{2.43}$$

Las ganancias obtenidas en (2.30), (2.35), (2.40) y (2.43), se utilizarán en el siguiente capítulo para diseñar los controladores del mini-helicóptero.

2.8. Resumen

Como se puede observar a lo largo del capítulo, sobre la plataforma XCell se controlarán de forma difusa todas las variables involucradas en el sistema. También es importante resaltar que la matemática utilizada en el estudio de la lógica difusa y en el diseño de los diferentes tipos de controladores es relativamente sencilla y de fácil acceso para una gran variedad de personas interesadas en el tema.

Capítulo 3

Diseño de los Controladores

3.1. Introducción

En el diseño de controladores difusos es importante tener en cuenta algunos procesos como la fusificación (en el cual los datos de entrada se convierten en valores lingüísticos), la construcción de una base de reglas y un motor de inferencia que le permitan a aquellos hacer las correcciones necesarias y oportunas para llevar a cabo el proceso de control de alguna variable. Estos procesos se explican y se llevan a cabo en este capítulo e igualmente se muestra el diseño de diferentes tipos de controladores

3.2. Diseño del controlador difuso

Tomando el esquema general de lógica difusa tipo Mamdani (Fig. 2.4) se describirá a continuación el diseño en cada una de las etapas del proceso que se llevó a cabo utilizando la herramienta "Fuzzy Logic" de Matlab.

3.2.1. Fusificación

En el bloque de fusificación se realiza un escalado de los valores de las entradas para adecuarlos a los valores típicos para los que se define el sistema, y una “fusificación” que convierte los datos de entrada en valores lingüísticos adecuados para la manipulación de éstos como entidades difusas. Para ello se crean funciones de pertenencia (conjuntos difusos) a juicio del experto, que luego dan forma a la base de conocimientos que alimenta el motor de inferencias del controlador difuso. Las funciones de pertenencia se pueden crear de diferentes formas, las más comunes son triangulares, trapezoidales, singleton, sigmoideas y gaussianas.

La literatura recomienda trabajar con cinco conjuntos, puesto que con ellos es suficiente para cubrir todo el universo de entrada; dos de ellos deberán ser conjuntos abiertos a los extremos de los rangos con el fin de garantizar que cualquier dato que ingrese pueda ser convertido en un valor lingüístico, tal es el caso de las funciones *NG* y *PG* en la Fig. 3.1. Si se utiliza una menor cantidad de funciones puede que no se cubra todo el rango y, por el contrario, si se utilizan demasiados conjuntos será complicado

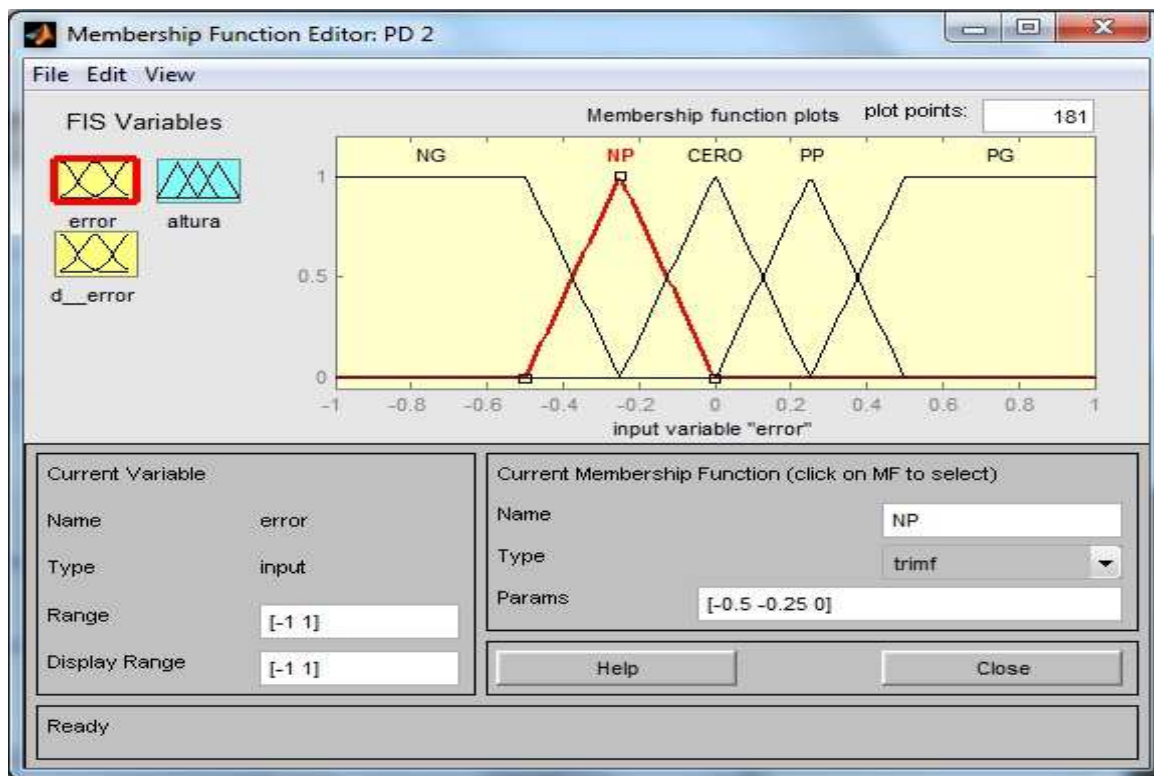


Figura 3.1: Conjunto de entrada para la variable *error*

construir la base de reglas, puesto que ésta crece de manera exponencial de acuerdo al número de entradas y el número de conjuntos para cada una de ellas.

Como la variable que se está trabajando es el error ($e(t)$), que se obtiene de efectuar la resta entre la señal del setpoint $r(t)$ y la señal del sensor $y(t)$, como en Ec.(3.1).

$$e(t) = r(t) - y(t) \quad (3.1)$$

Se definen las etiquetas lingüísticas para cada conjunto en las cuales el error puede tomar valores como: Negativo grande (*NG*), Negativo pequeño (*NP*), cero (*CERO*), Positivo pequeño (*PP*) o Positivo grande (*PG*) como se observa en la Fig. (3.1).

La variable derivada del error (d_error) funciona de la misma forma que la variable error, la diferencia radica en la forma de obtener el dato que, como su nombre lo indica, resulta de calcular la derivada a la señal del error. En la planta la derivada del error indica la tendencia del error, lo que puede tomarse como una forma "*predictiva*" de cómo será el comportamiento del mismo (Fig. 3.2).

En el universo de salida la literatura recomienda utilizar cinco conjuntos, pero en este caso deben ser cerrados, Fig. 3.3, con el fin de determinar exáctamente cual deberá ser la salida ante cada entrada; además que también se agiliza el procesamiento en el momento de efectuar la etapa defusificadora.

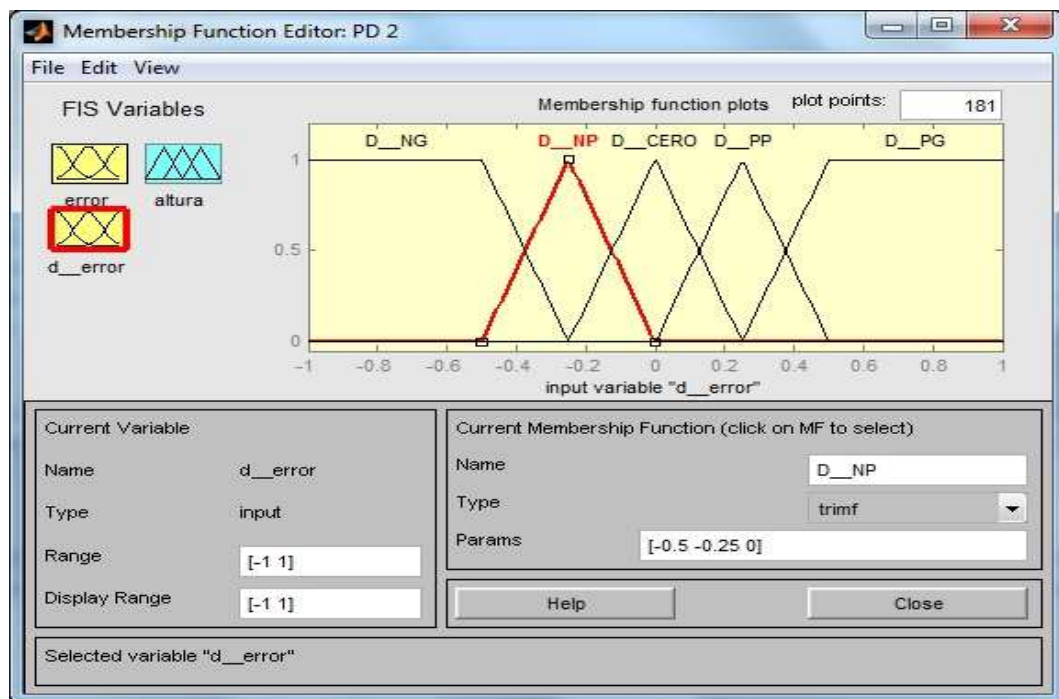


Figura 3.2: Conjunto de entrada para la variable d_error

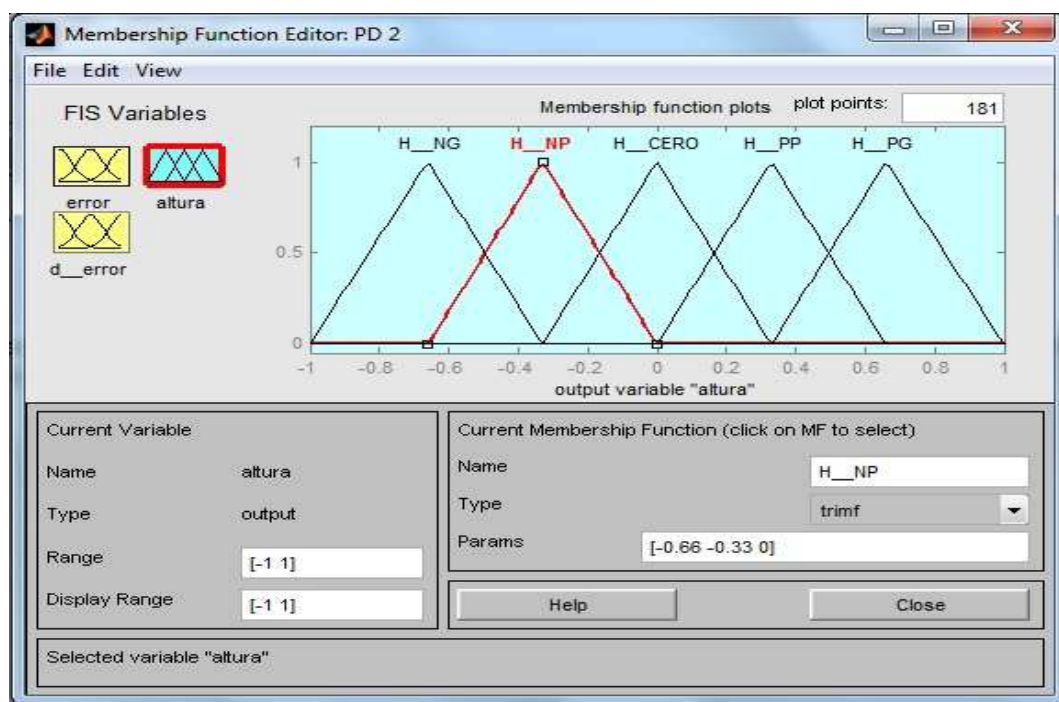


Figura 3.3: Conjunto de salida para la variable $altura$.

3.2.2. Base de Conocimiento

Formada por una “*base de datos*” que recoge la definición de las funciones de pertenencia de las entradas y el sistema, y por una “*base de reglas*” que caracteriza y resume la política y objetivos del control de un experto por medio de un conjunto de reglas lingüísticas de control.

La base de reglas es del tipo *modus ponens generalizado*. Ésto quiere decir que el experto es capaz, mediante un conjunto de reglas o pautas de actuación que constituyen su experiencia sobre el tema, de elaborar unas conclusiones o consecuentes lógicos a partir de unos hechos observados o antecedentes. El experto podrá transmitir sus conocimientos, al menos parcialmente, mediante un conjunto de N reglas del tipo *si-entonces*, con antecedentes relacionados por el conectivo “Y” en la mayoría de los casos.

Existen varios modos de obtención de las reglas, siendo éste el punto fuerte de numerosas investigaciones actualmente (Zadeh, 1994), entre los que cabe destacar:

- Basados en los conocimientos de un experto, generalmente a través de una verbalización introspectiva de dicho conocimiento o a partir de cuestionarios cuidadosamente organizados.
- Basados en las acciones de control de un operador en función de los datos de entrada-salida observados.
- Basados en un modelo difuso del proceso.
- Basados en aprendizaje (controladores auto-organizados).

La construcción de la base de reglas para el presente trabajo se basó en las acciones de control de un operador, en función de los datos de entrada-salida observados, puesto que se tiene como finalidad diseñar un controlador difuso tipo *PID*, y para ello se necesita trabajar con el error y su derivada.

Si se tiene una sola entrada, como ocurre para un controlador difuso proporcional, las reglas se construyen de la siguiente forma:

"Si el error es positivo pequeño ENTONCES la salida es Positiva Pequeña"

$$\text{Si } e \in PP, \text{ entonces } U \in PP$$

Como el error se calcula de acuerdo a la Ec. (3.1), si el error es positivo pequeño quiere decir que la señal del *sensor* aún no ha llegado a la *referencia*, por tanto se le debe aplicar a la planta una señal de control *Positiva pequeña*, si en cambio el error es positivo grande, significa que la señal del sensor no a llegado a la referencia pero necesita más acción de control para hacerlo, por lo tanto se debe aplicar una acción de control positiva grande, de la misma manera ocurre cuando el error es negativo. Siguiendo esta misma lógica se evalúan todos los posibles valores lingüísticos

$$\begin{aligned} \text{SI } e = NG \text{ ENTONCES } U &= NG \\ \text{SI } e = NP \text{ ENTONCES } U &= NP \\ \text{SI } e = Z \text{ ENTONCES } U &= Z \\ \text{SI } e = PP \text{ ENTONCES } U &= PP \\ \text{SI } e = PG \text{ ENTONCES } U &= PG \end{aligned}$$

En donde e es la señal del error y U es la señal de salida. Así se genera la base de reglas, que se muestra en la Tabla 3.1

e	NG	NP	Z	PP	PG
U	NG	NP	Z	PP	PG

Tabla 3.1: Base de Reglas FP

Para los controladores difusos proporcional-derivativo, y proporcional-derivativo con acción integral, se estableció la base de reglas siguiendo una lógica similar a la anterior, pero considerando la derivada del error, por ejemplo, si el error es negativo grande y la derivada del error es positiva grande, como en el punto Q de la Fig. 3.4, es decir, la señal del sensor es mucho mayor que la señal de referencia y se aleja de ésta, entonces se hace necesario aplicar a la palanca una fuerza (acción de control) en sentido del valor de referencia (negativa) y relativamente grande para llevar el sistema rápidamente a la referencia, esto lleva a la regla:

"Si error es NG y la derivada del error es PG , ENTONCES, la salida es NG "
 Si $e \in NG$ y $d_e \in PG$, entonces, $U = NG$

De igual forma si el error es negativo pequeño y la derivada del error es negativa pequeña, como en el punto R de la Fig. 3.4, lo cual significa que la señal del sensor es un poco mayor que la referencia y se acerca a ésta, se necesita aplicar una pequeña fuerza a la palanca hacia el valor de referencia(negativa) para llevar el sistema rápidamente a la referencia, esto lleva a la regla:

"Si error es NP Y la derivada del error es NP , ENTONCES, la salida es NP "
 Si $e \in NP$ y $d_e \in NP$, entonces, $U = NP$

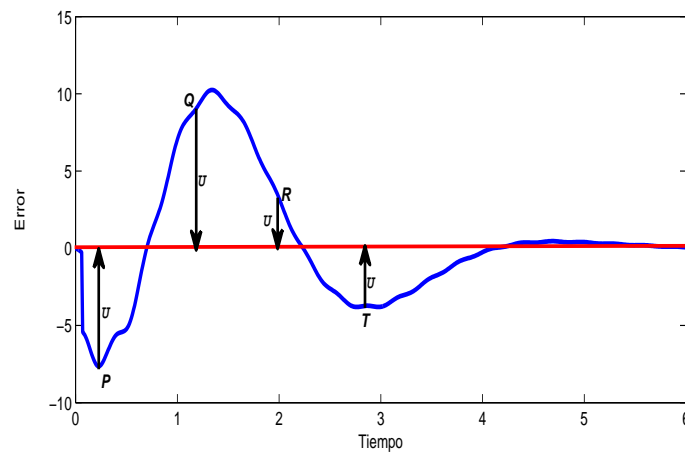


Figura 3.4: Construcción de Reglas Difusas

En los puntos P y T de la Fig. 3.4 se hace el mismo análisis y el resultado de la evaluación de todos los posibles valores lingüísticos es:

Si (e es NG) "Y"(d_e es NG) ENTONCES (U es NG)
 Si (e es NG) "Y"(d_e es NP) ENTONCES (U es NG)
 Si (e es NG) "Y"(d_e es Z) ENTONCES (U es NG)
 Si (e es NG) "Y"(d_e es PP) ENTONCES (U es NP)
 Si (e es NG) "Y"(d_e es PG) ENTONCES (U es NG)

 Si (e es NP) "Y"(d_e es NG) ENTONCES (U es NG)
 Si (e es NP) "Y"(d_e es NP) ENTONCES (U es NP)
 Si (e es NP) "Y"(d_e es Z) ENTONCES (U es Z)
 Si (e es NP) "Y"(d_e es PP) ENTONCES (U es Z)
 Si (e es NP) "Y"(d_e es PG) ENTONCES (U es Z)

 Si (e es Z) "Y"(d_e es NG) ENTONCES (U es NP)
 Si (e es Z) "Y"(d_e es NP) ENTONCES (U es Z)
 Si (e es Z) "Y"(d_e es Z) ENTONCES (U es Z)
 Si (e es Z) "Y"(d_e es PP) ENTONCES (U es Z)
 Si (e es Z) "Y"(d_e es PG) ENTONCES (U es PP)

 Si (e es PP) "Y"(d_e es NG) ENTONCES (U es Z)
 Si (e es PP) "Y"(d_e es NP) ENTONCES (U es Z)
 Si (e es PP) "Y"(d_e es Z) ENTONCES (U es Z)
 Si (e es PP) "Y"(d_e es PP) ENTONCES (U es PP)
 Si (e es PP) "Y"(d_e es PG) ENTONCES (U es PG)

 Si (e es PG) "Y"(d_e es NG) ENTONCES (U es PP)
 Si (e es PG) "Y"(d_e es NP) ENTONCES (U es PP)
 Si (e es PG) "Y"(d_e es Z) ENTONCES (U es PG)
 Si (e es PG) "Y"(d_e es PP) ENTONCES (U es PG)
 Si (e es PG) "Y"(d_e es PG) ENTONCES (U es PG)

Así se genera la base de reglas, que se muestra en la Tabla 3.2

$de \setminus e$	NG	NP	Z	PP	PG
NG	NG	NG	NP	Z	PP
NP	NG	NP	Z	Z	PP
Z	NG	Z	Z	Z	PG
PP	NP	Z	Z	PP	PG
PG	NG	Z	PP	PG	PG

Tabla 3.2: Base de Reglas FPD

La superficie de control de la base de reglas anterior se observa en la figura Fig. 3.5.

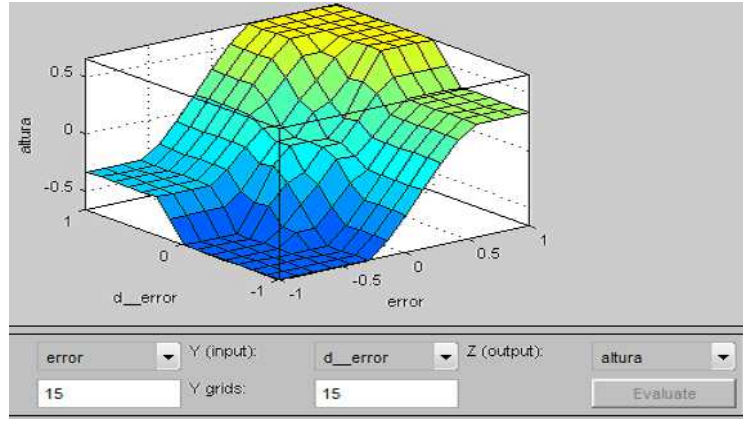


Figura 3.5: Superficie de control correspondiente a la base de reglas de la tabla 3.6 para el control de altura

3.2.3. Motor de inferencias

El motor de inferencias representa el núcleo de la lógica difusa y allí todos los principios lógicos difusos se utilizan para combinar las reglas tipo si-entonces que se encuentran en la base de reglas y obtener como consecuente un conjunto difuso a partir de unos antecedentes también difusos (Fernández, 2003), en un proceso llamado inferencia difusa. Para realizar la inferencia se deben definir los operadores que hacen el proceso.

El motor de inferencias evalúa la entrada y la fusifica, donde se tiene el método *AND* (mínimo) que se describe en el capítulo anterior.

Como se observa en la Fig. 3.7, la entrada es $-0,3874$, un singleton fusifica la entrada en el conjunto *NG* y se obtiene el conjunto recortado sólido amarillo. Una vez se tiene el conjunto difuso se entra a evaluar en las reglas, para el cual se define el método de implicación (mínimo).

Para este caso (implicación), la regla es

$$\text{Si } (e \text{ es } Z) \text{ "Y"} (d_e \text{ es } PG) \text{ ENTONCES } (U \text{ es } PP)$$

en donde se observa que el valor reflejado en el conjunto difuso de salida es el valor mínimo de grado de pertenencia entre los conjuntos *error* y *d_error*, es decir, el grado de pertenencia de la entrada en el conjunto *PG* del universo *d_error*.

Una vez se han evaluado todas las reglas de acuerdo a los valores de entrada, se procede a construir un conjunto de salida, para lo cual se utiliza el método de agregación (máximo).

Se observa que se toman los valores máximos en los conjuntos de salida y se contruye el conjunto difuso de salida. Este conjunto entra a la etapa defusificadora con el fin de obtener un valor discreto de salida. El método de defusificación elegido es el centro de

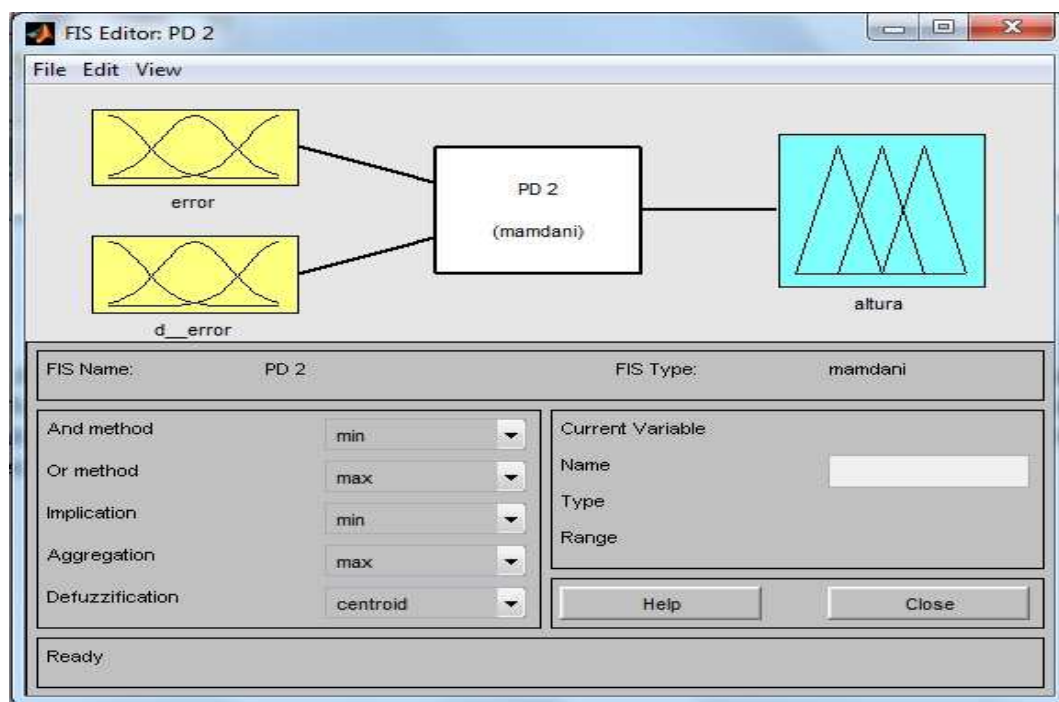


Figura 3.6: Operadores que realizarán el proceso de inferencia

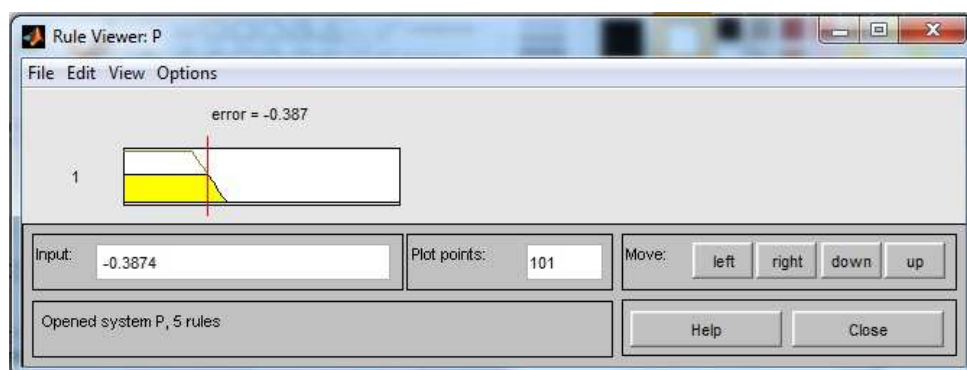


Figura 3.7: Método *AND*

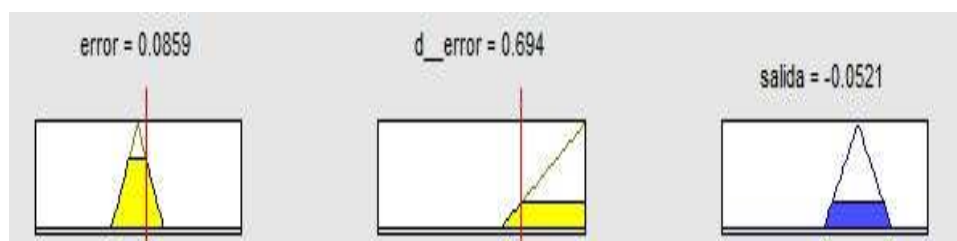


Figura 3.8: Método de Implicación

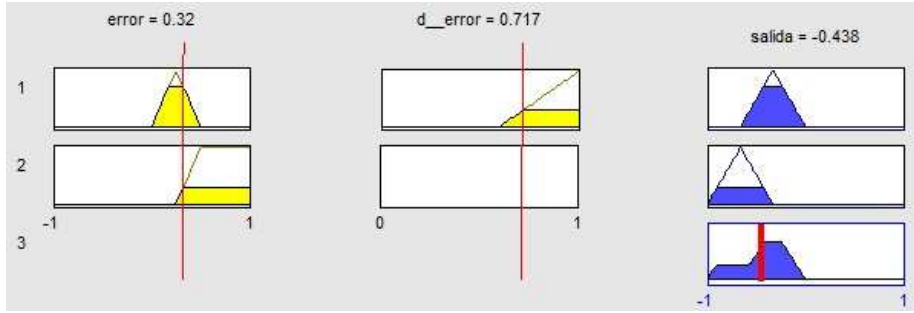


Figura 3.9: Método de Agregación

gravedad pues es el más usado de todos los métodos, ya que proporciona variaciones suaves y continuas de los valores de salida; Ésta se calcula como el centro de gravedad de la función de pertenencia del conjunto. En la Fig. 3.10 se muestra cómo se efectúa el proceso completo.

La configuración de los operadores en los controladores difusos, como se observa en la Fig. 3.6 es la siguiente:

Método And	=	mín
Método Or	=	máx
Implicación	=	mín
Agregación	=	máx
Defusificación	=	centroide

Se diseñaron dos tipos de controladores, controlador difuso proporcional y controlador difuso proporcional derivativo, en los que se toman como universos de entrada el error y la derivada del error, respectivamente, con rangos de $[-1, 1]$ para todas las variables excepto δ_t que tiene rango de $[0, 1]$. El universo de salida también tiene rango de $[-1, 1]$.

3.3. Controlador Difuso Proporcional (FP)

A partir del diagrama de simulación de los controles *PID* diseñados en el marco del proyecto Colibrí se construyen ahora controles difusos proporcionales para reemplazar los *PID*, como se muestra en la Fig. 3.11

Utilizando la relación entre las ganancias *PID* y las ganancias difusas mostrada en la Ec. (2.26) y los valores de K_p , T_d y T_i , se hace el cálculo de las ganancias difusas proporcionales (FP). Los resultados obtenidos se observan en la Tabla 3.3

Las pruebas de simulación para estos controladores se realizan en Simulink y se analizan en el capítulo 5.

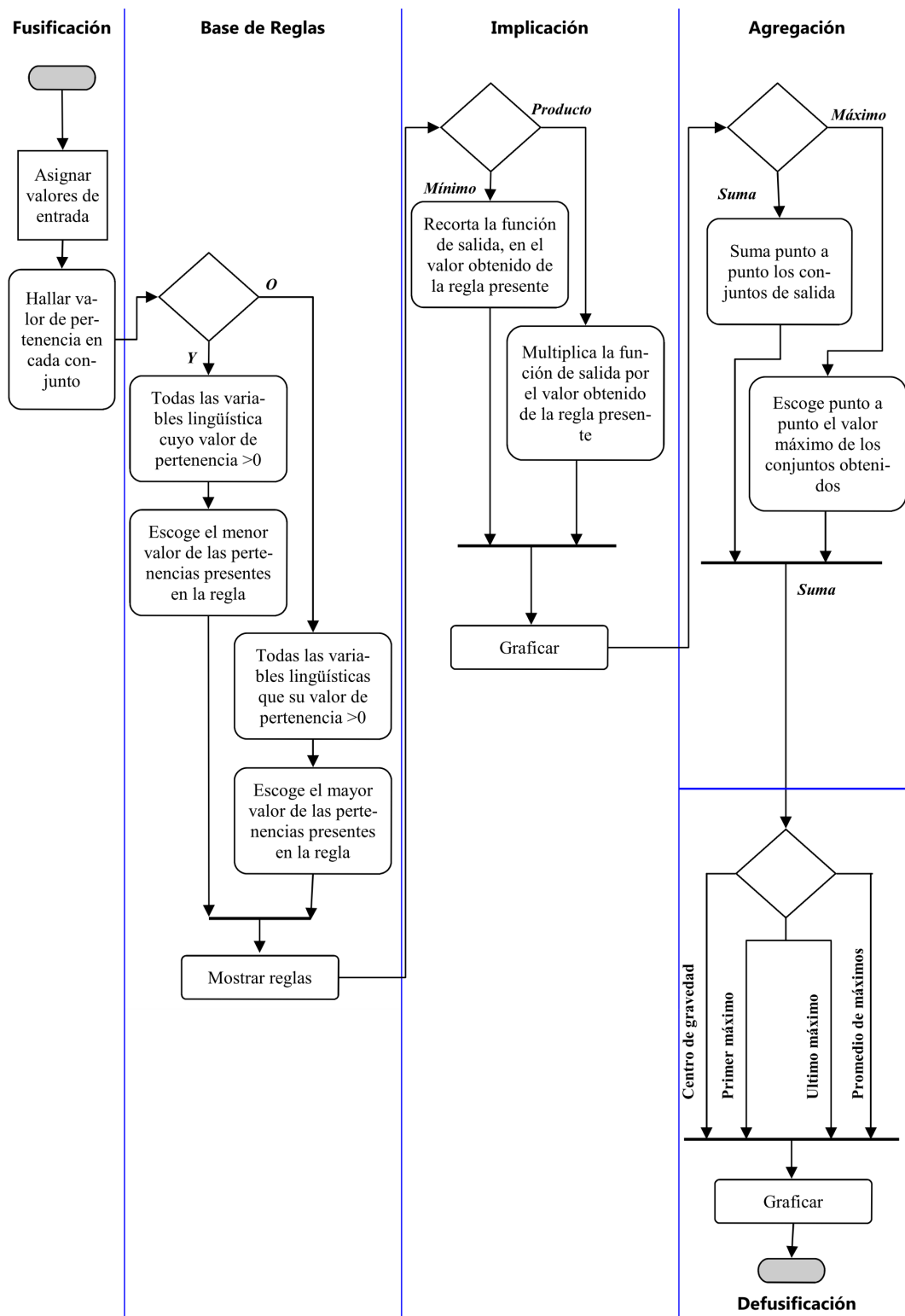
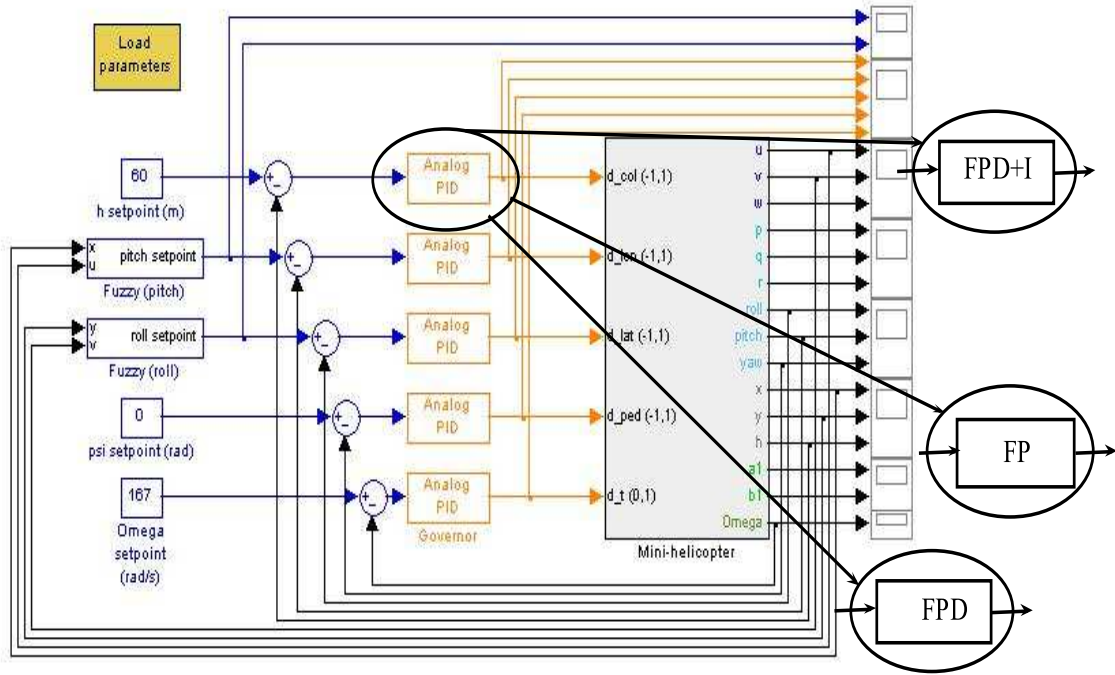


Figura 3.10: Proceso de diseño con lógica difusa

Figura 3.11: Diagrama de Simulación *PID*

Variable	<i>PID</i>	<i>FP</i> (1ª aprox.)	<i>FP</i> (2ª aprox.)
δ_{col}	$K_p = 0,4$ $T_d = 0,01$ $T_i = 0,5$	$GU = 1$ $GE = 0,4$	$GU = 2$ $GE = 0,2$
δ_{lon}	$K_p = 4$ $T_d = 0,01$ $T_i = 1$	$GU = 1$ $GE = 4$	$GU = 3$ $GE = 1,3333$
δ_{lat}	$K_p = 6$ $T_d = 0,05$ $T_i = 2$	$GU = 1$ $GE = 4$	$GU = 0,8$ $GE = 5$
δ_{ped}	$K_p = 6$ $T_d = 0,05$ $T_i = 2$	$GU = 2$ $GE = 3$	$GU = 4$ $GE = 1,5$
δ_t	$K_p = 0,01$ $T_d = 0$ $T_i = 0,4762$	$GU = 3$ $GE = 0,0033$	$GU = 3,3234$ $GE = 0,003008876$

Tabla 3.3: Ganancias Difusas Proporcionales

3.4. Controlador Difuso Proporcional-Derivativo(*FPD*)

Igual que en la sección anterior a partir del diagrama de simulación del control *PID* (las ganancias para cada controlador) se obtienen ahora las ganancias GU , GE y GCE para el control difuso proporcional derivativo de la Fig. 2.6, las cuales reemplazan a los controles *PID* en el diagrama de la Fig. 3.11. Utilizando los resultados de la ecuación (2.35) se obtienen los valores de la Tabla 3.4

Variable	<i>PID</i>	<i>FPD</i> (1ª aprox.)	<i>FPD</i> (2ª aprox.)
δ_{col}	$K_p = 0,4$ $Td = 0,01$ $Ti = 0,5$	$GU = 1$ $GE = 0,4$ $GCE = 0,08$	$GU = 2$ $GE = 0,2$ $GCE = 0,04$
δ_{lon}	$K_p = 4$ $Td = 0,01$ $Ti = 1$	$GU = 1$ $GE = 4$ $GCE = 0,04$	$GU = 0,1$ $GE = 40$ $GCE = 0,4$
δ_{lat}	$K_p = 6$ $Td = 0,05$ $Ti = 2$	$GU = 1$ $GE = 4$ $GCE = 0,04$	$GU = 4$ $GE = 1$ $GCE = 0,01$
δ_{ped}	$K_p = 6$ $Td = 0,05$ $Ti = 2$	$GU = 1$ $GE = 6$ $GCE = 0,03$	$GU = 2$ $GE = 3$ $GCE = 0,15$
δ_t	$K_p = 0,01$ $Td = 0$ $Ti = 0,4762$	$GU = 1$ $GE = 0,01$ $GCE = 0$	

Tabla 3.4: Ganancias Difusas Proporcionales-Derivativas

Las pruebas de simulación para estos controladores se realiza en Simulink y se analizan en el capítulo 5.

3.5. Controlador *FPD* con Acción Integral(*FPD* + *I*)

Nuevamente se obtienen las ganancias GU , GE , GCE y GIE para el control difuso proporcional-derivativo-integral de la Fig. 2.7, las cuales reemplazan a los controles *PID* en el diagrama de la Fig. 3.11. Utilizando los resultados de la ecuación (2.40) se obtienen los valores de la Tabla 3.5

3.6. Controlador Difuso Incremental (*FINC*)

Ahora se obtienen ganancias GCU , GCE y GE para el control difuso incremental de la Fig. 2.8, los cuales reemplazan a los controles *PID* en el diagrama de la Fig. 3.11. Utilizando los resultados de la ecuación (2.43) se obtienen los valores de la Tabla ??

Variable	<i>PID</i>	<i>FPD + I</i> (1ª aprox.)	<i>FPD + I</i> (2ª aprox.)
δ_{col}	$K_p = 0,4$ $Td = 0,01$ $Ti = 0,5$	$GU = 1$ $GE = 0,4$ $GCE = 0,08$ $GIE = 0,1333$	$GU = 1$ $GE = 1$ $GCE = 1,2$ $GIE = 1,2$
δ_{lon}	$K_p = 4$ $Td = 0,01$ $Ti = 1$	$GU = 2$ $GE = 2$ $GCE = 0,02$ $GIE = 4$	$GU = 3$ $GE = 3,5$ $GCE = 0,4$ $GIE = 2,875$
δ_{lat}	$K_p = 6$ $Td = 0,05$ $Ti = 2$	$GU = 2$ $GE = 2$ $GCE = 0,02$ $GIE = 2$	$GU = 0,8$ $GE = 1$ $GCE = 0,05$ $GIE = 2$
δ_{ped}	$K_p = 6$ $Td = 0,05$ $Ti = 2$	$GU = 4$ $GE = 1,5$ $GCE = 0,075$ $GIE = 0,75$	$GU = 2$ $GE = 2$ $GCE = 0,4$ $GIE = 2$
δ_t	$K_p = 0,01$ $Td = 0$ $Ti = 0,4762$	$GU = 3,25$ $GE = 0,003076$ $GCE = 0$ $GIE = 0,006461$	$GU = 3,3235$ $GE = 0,003008828$ $GCE = 0$ $GIE = 0$

Tabla 3.5: Ganancias Difusas Proporcionales-Drivativas-Integrales

Variable	<i>PID</i>	<i>FINC</i> (1ª aprox.)
δ_{col}	$K_p = 0,4$ $Td = 0,01$ $Ti = 0,5$	$GCU = 2,5$ $GCE = 0,16$ $GE = 0,05333$
δ_{lon}	$K_p = 4$ $Td = 0,01$ $Ti = 1$	$GCU = 2,5$ $GCE = 1,6$ $GE = 3,2$
δ_{lat}	$K_p = 6$ $Td = 0,05$ $Ti = 2$	$GCU = 2$ $GCE = 2$ $GE = 2$
δ_{ped}	$K_p = 6$ $Td = 0,05$ $Ti = 2$	$GCU = 2$ $GCE = 3$ $GE = 1,5$
δ_t	$K_p = 0,01$ $Td = 0$ $Ti = 0,4762$	$GCU = 0,7$ $GCE = 0,014$ $GE = 0,029994$

Tabla 3.6: Ganancias Difuso-Incremental

En todos los casos anteriores es conveniente aclarar que los valores de referencia (setpoint) y las condiciones iniciales, para efectos del proceso de simulación, son los valores que se observan en la Tabla 3.7

	Setpoint	CI	Variable
δ_{col}	60	0	altura (h)
δ_{lon}	0	0	pitch (θ)
δ_{lat}	0,077	0	roll (φ)
δ_{ped}	0	0	yaw (ψ)
δ_t	167	0,515	omega (Ω)

Tabla 3.7: Valores de referencia y Condiciones Iniciales

3.7. Resumen

En el capítulo, además de ilustrar las diferentes etapas de un controlador difuso, se muestra con gran detalle la forma en que se construyen las reglas difusas y se introducen éstas en los diagramas de diseño utilizando la herramienta "Fuzzy LogicToolbox" de Matlab. Es importante resaltar que acá se hacen los cálculos de las ganancias de los diferentes tipos de controlador e igualmente se construyen las reglas compuestas que dan cuerpo al motor de inferencia.

Capítulo 4

Simulación y Resultados

4.1. Introducción

En este capítulo se reemplazan los controladores *PID* utilizados actualmente en el mini-helicóptero robot por los controladores difusos diseñados (Fig. 4.1) en el capítulo 3, y en cada caso (utilizando diferentes configuraciones de controlador) se ejecuta la simulación del vuelo estacionario del helicóptero para obtener las curvas de control de cada una de las variables que determinan sus velocidades y posiciones relativas a los diferentes marcos de referencia.

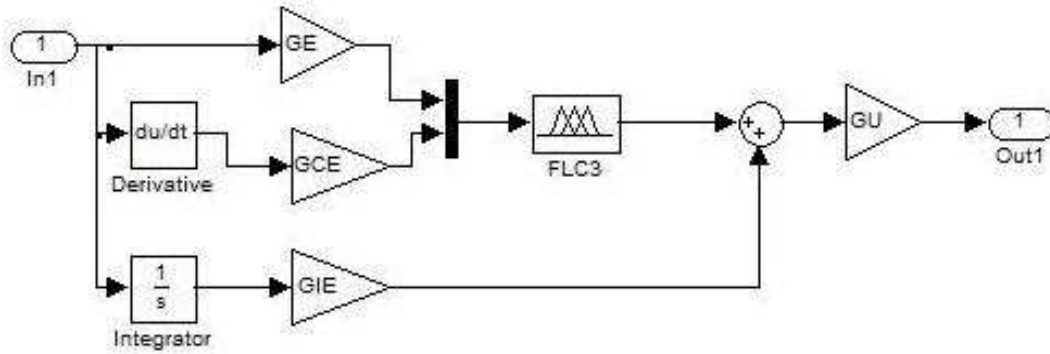


Figura 4.1: Diagrama en Bloques de un Contrlador Difuso $PD + I$

Cambiando las configuraciones desde difuso proporcional hasta difuso incremental, se obtienen los resultados que se presentan en las siguientes ecciones.

4.2. Controles Difusos Proporcionales (*FP*)

Los controles difusos-proporcionales en su primera aproximación, reemplazados todos al mismo tiempo, en lugar de los controles *PID*, dan el primer diagrama de simulación utilizado, el cual se puede observar en la Figura 4.2, y que se usa para todas las simulaciones haciendo los respectivos ajustes en las ganancias para obtener controladores *FP*, *FPD* o *FPD + I*.

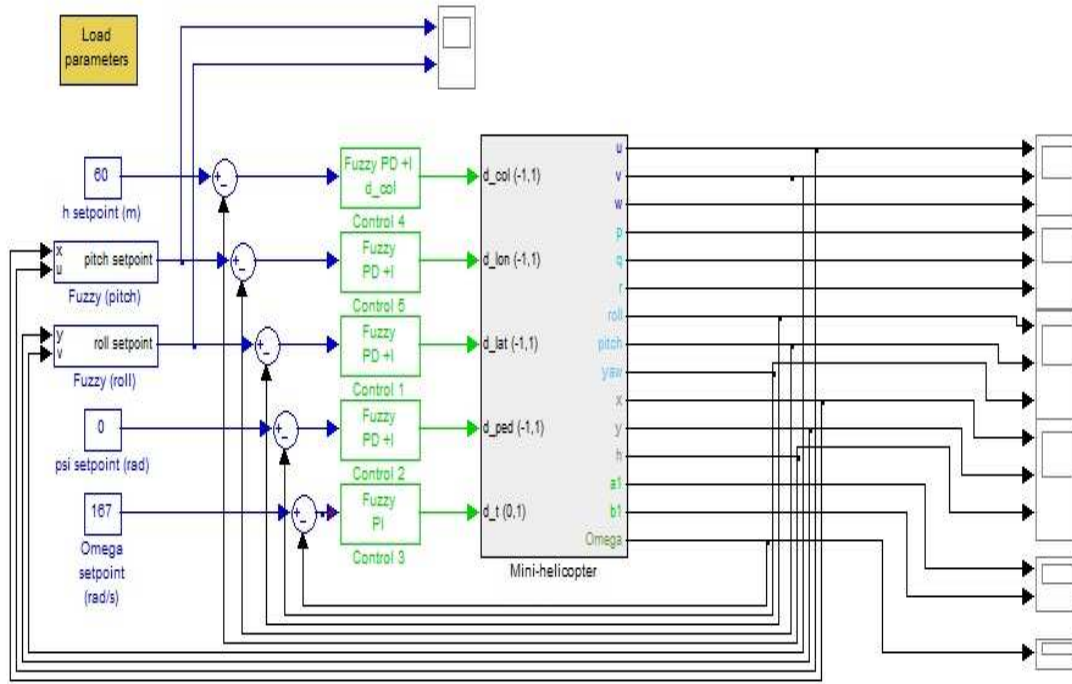


Figura 4.2: Diagrama de Bloques con controladores Difusos $PD + I$

Utilizando las ganancias obtenidas en la columna 3 (1ª aprox.) de la Tabla 3.3 y reemplazando los valores en los controladores de la Fig. 4.2, se obtiene una serie de controles FP que al ser probados en Simulink dan los resultados que se muestran desde la Fig.4.3 hasta la Fig.4.7

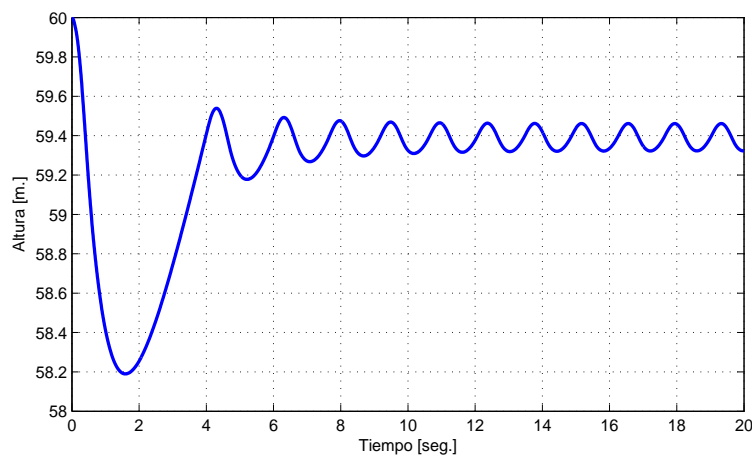


Figura 4.3: Altura controlada con FPD , $GU = 1$ y $GE = 0,4$

En la Fig. 4.3 se observa que utilizando el controlador diseñado con $GU = 1$ y $GE = 0,4$ no se logra estabilizar la altura en un valor constante, se nota una oscilación de aproximadamente 3 cm que se mantiene constante, es decir el error en estado estable para la variable altura no llega a ser cero.

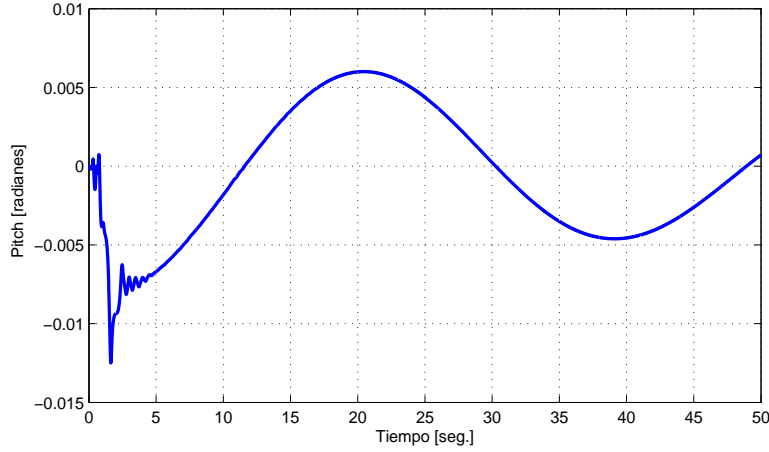


Figura 4.4: Ángulo de cabeceo controlado con FP , $GU = 1$ y $GE = 4$

Con el controlador difuso proporcional ($GU = 1, GE = 4$) para la variable δ_{lon} que controla el cabeceo (Pitch) del helicóptero no se logra eliminar el error de aproximadamente $0,005\text{ rad}$, como se ve en la Fig. 4.4.

En el caso del control del alabeo (Roll) mediante un controlador difuso FP ($GU = 1$ y $GE = 4$) tampoco se logra eliminar el error completamente y por el contrario se mantiene a lo largo del tiempo en un valor aproximado de $0,02\text{ rad}$ como se observa en la Fig. 4.5.

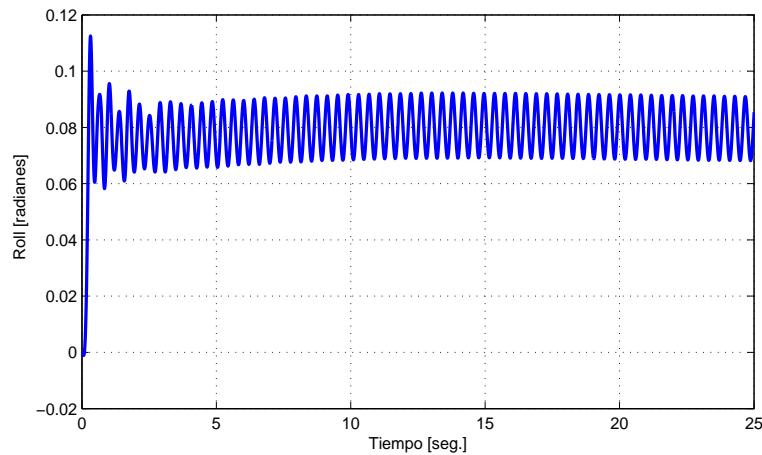


Figura 4.5: Ángulo de alabeo controlado con FP , $GU = 1$ y $GE = 4$

En la Fig. 4.6 se ve claramente que el control FP con $GU = 4$ y $GE = 1,5$ para tratar de mantener el helicóptero en vuelo estacionario, dista mucho de lo que realmente se necesita para controlar el ángulo de rotación alrededor del eje vertical, conocido como guiñada (Yaw), pues se mantiene un error constante durante los primeros 28 *seg*, de entre -3 y 3 *rad*

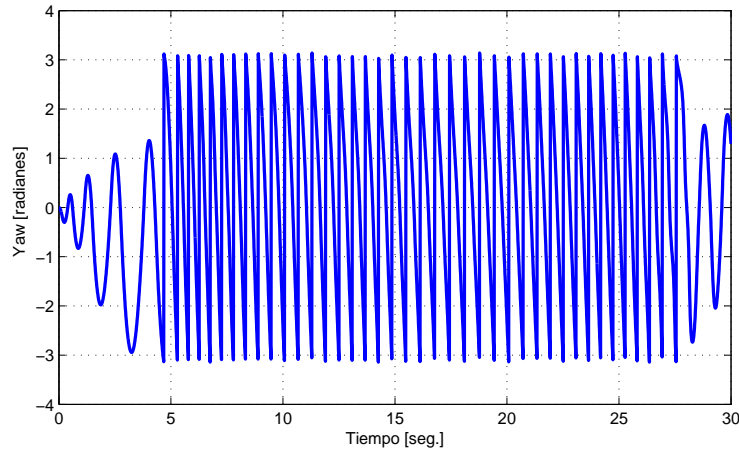


Figura 4.6: Ángulo de guiñada controlado con FP , $GU = 2$ y $GE = 3$

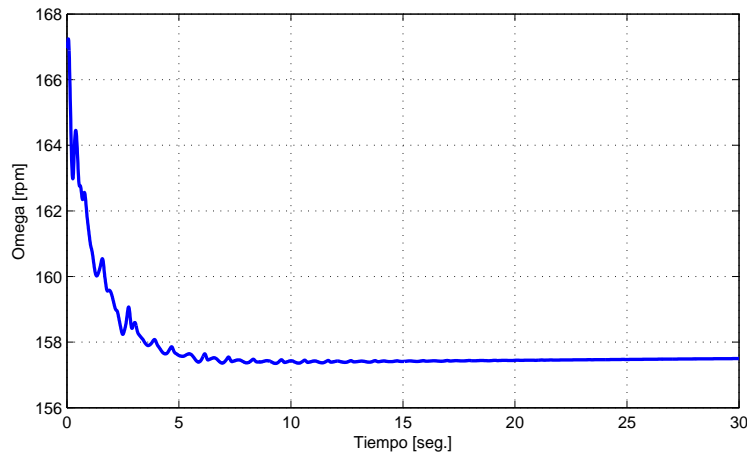


Figura 4.7: Velocidad angular del rotor controlada con FP , $GU = 3$ y $GE = 0,0033$

En la Fig. 4.7 se ve claramente que aunque el número de revoluciones por minuto del rotor principal se logra estabilizar aproximadamente a los 10 *seg*, no lo hace en el valor de referencia que es 167 *rpm*, por lo tanto la configuración utilizada para este controlador tampoco es adecuada.

En esta primera simulación se observa claramente que los controles no son muy efectivos, por tanto se procede ahora a utilizar las ganancias obtenidas en la columna

4 (2^a aprox.) de la tabla 3,3 y a reemplazar los valores en la Fig. 4.2, así se obtiene una serie de controles *FP* que al ser probados en Simulink muestran los resultados que se ven desde la Fig. 4.8 hasta la Fig. 4.12.

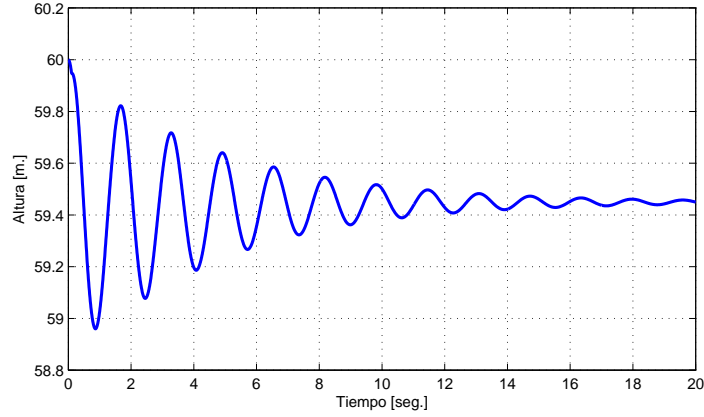


Figura 4.8: Altura controlada con *FP*, $GU = 2$ y $GE = 0,2$

Al sustituir los valores de las ganancias en el control de la altura, mejora un poco la forma de la curva de control, pero aún los resultados son bastante malos ya que no se logra ni el valor de referencia (60 m) ni se alcanza un buen tiempo de estabilización, pues al cabo de 20 seg todavía se observa en la Fig. 4.8 cierto error en la señal.

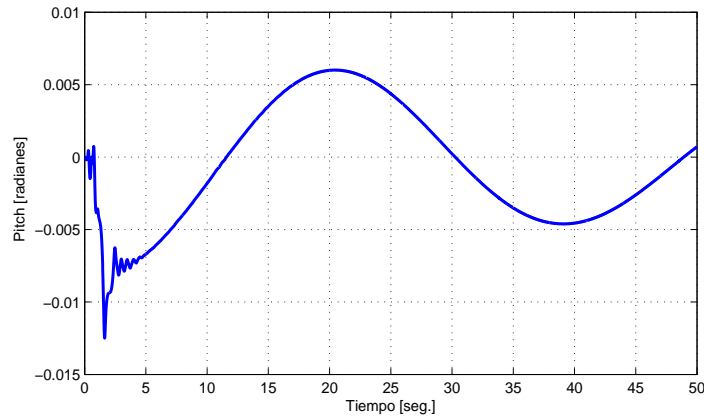


Figura 4.9: Ángulo de cabeceo controlado con *FP*, $GU = 3$, $GE = 1,3333$

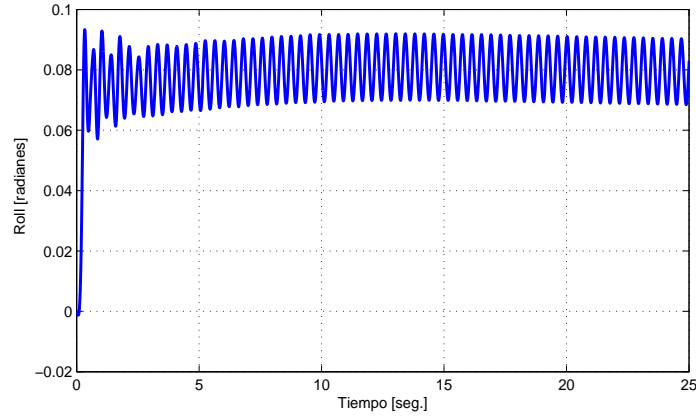


Figura 4.10: Ángulo de alabeo controlado con FP , $GU = 0,8$ y $GE = 5$

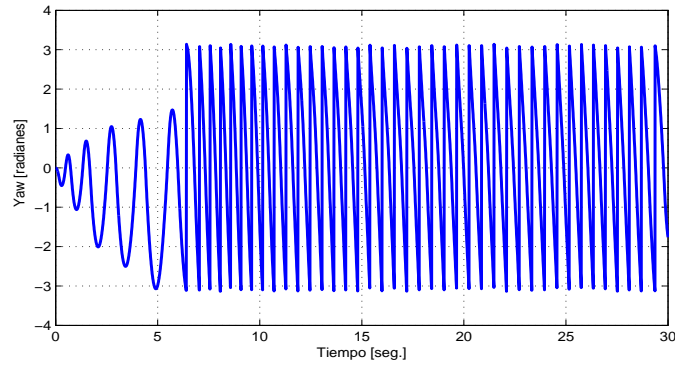


Figura 4.11: Ángulo de guiñada controlado con FP , $GU = 4$ y $GE = 1,5$

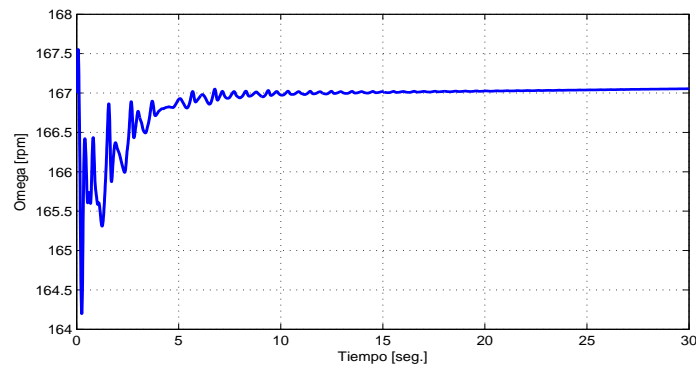


Figura 4.12: Velocidad angular del rotor controlada con FP , $GU = 0,3235$ y $GE = 0,003008876$

Hasta ahora lo que se puede pensar es que la única variable controlable con *FP* es *omega*, pues en los demás casos todavía no se puede controlar la variable, a pesar de que se han hecho más pruebas con otros valores de ganancias. Por lo tanto, se deberá incorporar ya sea la acción derivativa o la integral.

4.3. Controles Difusos Proporcionales Derivativos (*FPD*)

Los controles difusos-proporcionales-derivativos, de igual forma que en la sección anterior, se construyen en Simulink (Fig. 4.1) con los valores de las ganancias resumidas en la Tabla 3.4, en la columna 3. Luego fueron reemplazados por los controles *PID*, en la Fig. 4.2, y se observa una serie de resultados que aparecen desde la Fig. 4.13 hasta la Fig. 4.17.

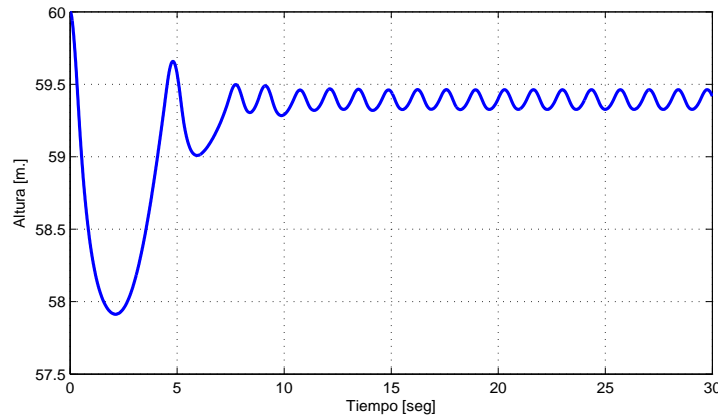


Figura 4.13: Altura controlada con *FPD*, $GU = 1$, $GE = 0,4$ y $GCE = 0,08$

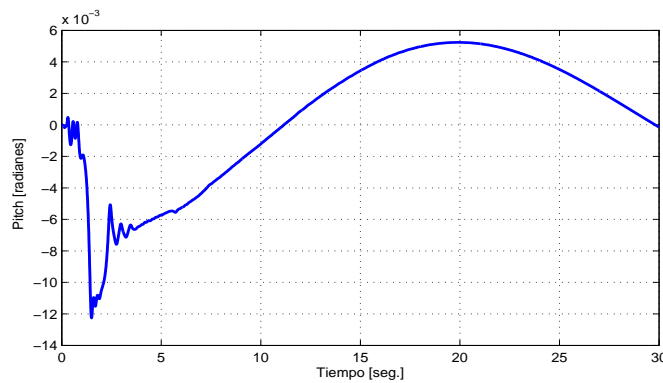


Figura 4.14: Ángulo de cabeceo controlado con *FPD*, $GU = 1$, $GE = 4$ y $GCE = 0,04$

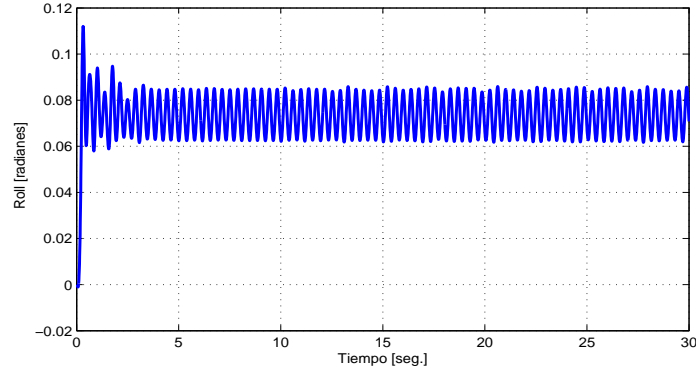


Figura 4.15: Ángulo de alabeo controlado con *FPD* con $GU = 1$, $GE = 4$ y $GCE = 0,04$

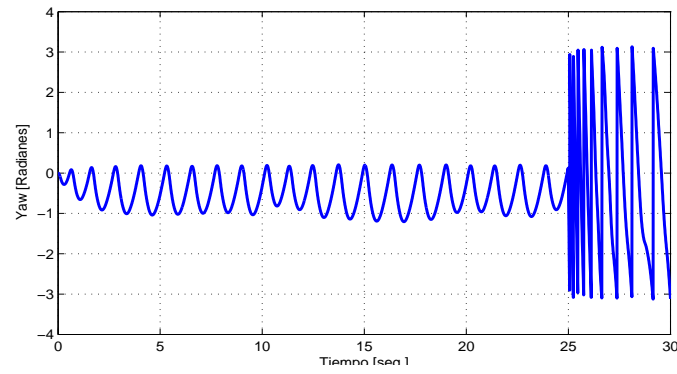


Figura 4.16: Ángulo de guiñada controlado con *FPD*, $GU = 1$, $GE = 6$ y $GCE = 0,04$

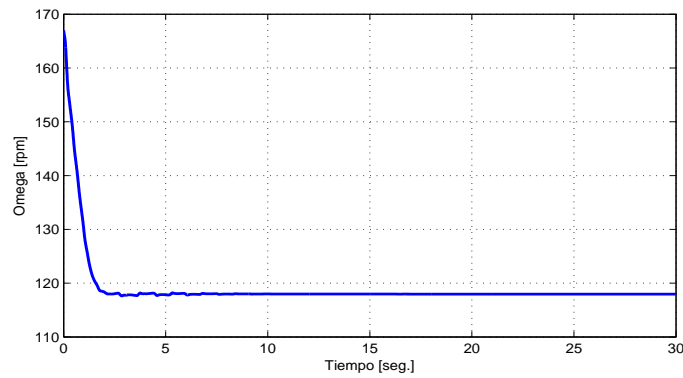


Figura 4.17: Velocidad angular del rotor controlada con *FPD*, $GU = 1$, $GE = 0,01$ y $GCE = 0$

Ahora se utilizan las ganancias resumidas en la Tabla 3.4, en la columna 4, para diseñar nuevos controles difusos-proporcionales-derivativos de igual forma que en la sección anterior, se construyen en Simulink (Fig. 4.1) y se reemplazan por los controles *PID* de la Fig. 4.2 y se observan los resultados que aparecen desde la Fig. 4.18 hasta la Fig. 4.21 donde se nota que algunos resultados mejoran un poco pero aun falta eliminar el error en estado estable.

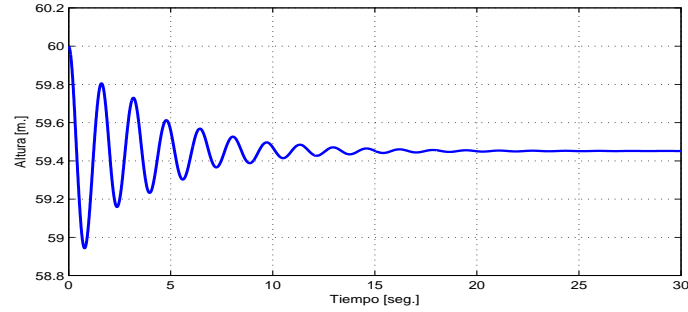


Figura 4.18: Altura controlada con *FPD*, $GU = 2$, $GE = 0,2$ y $GCE = 0,04$

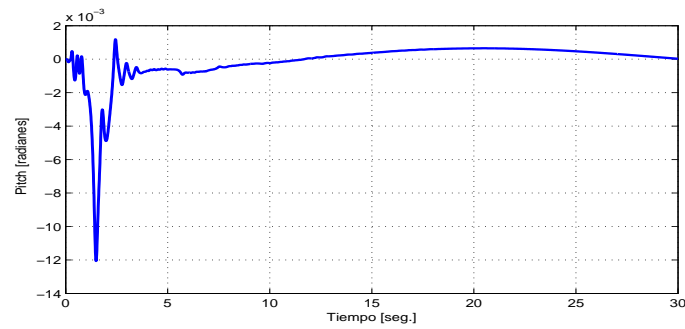


Figura 4.19: Ángulo de cabeceo controlado con *FPD*, $GU = 0,1$, $GE = 40$ y $GCE = 0,4$

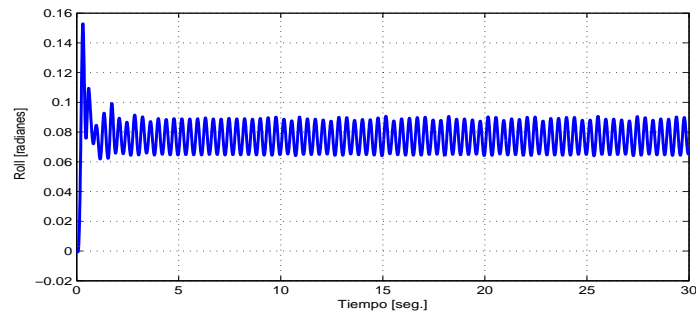


Figura 4.20: Ángulo de alabeo controlado con *FPD* con $GU = 1$, $GE = 4$ y $GCE = 0,04$

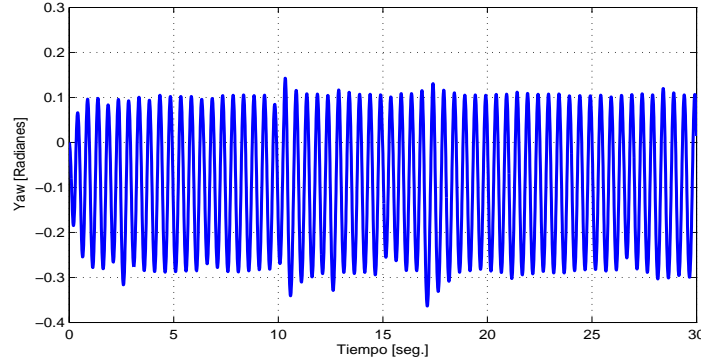


Figura 4.21: Ángulo de guiñada controlado con FPD , $GU = 2$, $GE = 3$ y $GCE = 0,15$

4.4. Controles FPD con Acción integral ($FPD + I$)

Utilizando la información de las ganancias calculadas para el control $FPD + I$ en la columna 3 de la tabla 3.5, se construyen controladores similares a los de la Fig. 4.1 que al ser reemplazados en el diagrama PID de la Fig. 4.2 permiten ejecutar la simulación del proceso, cuyos resultados se observan desde la Fig. 4.22 hasta la Fig. 4.26.

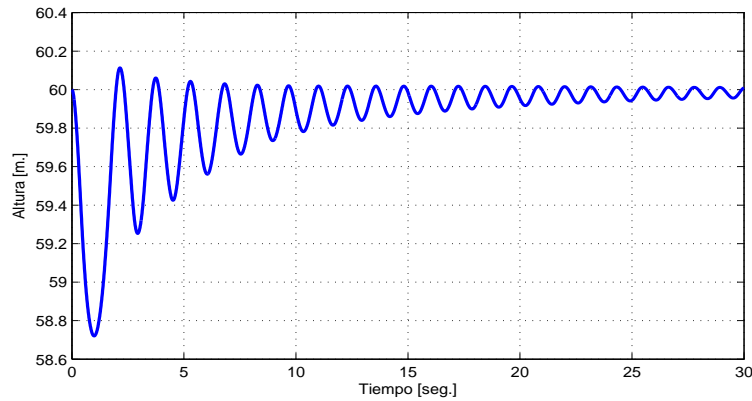


Figura 4.22: Altura controlada con $FPD+I$ con $GU = 1$, $GE = 0,4$, $GCE = 0,08$ y $GIE = 0,1333$

Al introducir la acción integral y utilizando las ganancias $GU = 1$, $GE = 0,4$, $GCE = 0,08$ y $GIE = 0,1333$ se obtiene el resultado de la Fig. 4.22, en el cual se observa que la altura comienza a acercarse al valor de referencia (60 m), pero igualmente que con el controlador FPD no logra estabilizarse completamente en ese valor y por el contrario, se nota un error de poco menos de un centímetro después de 30 segundos. Se espera que al ajustar las ganancias en esta configuración se logre la estabilización de la altura del helicóptero.

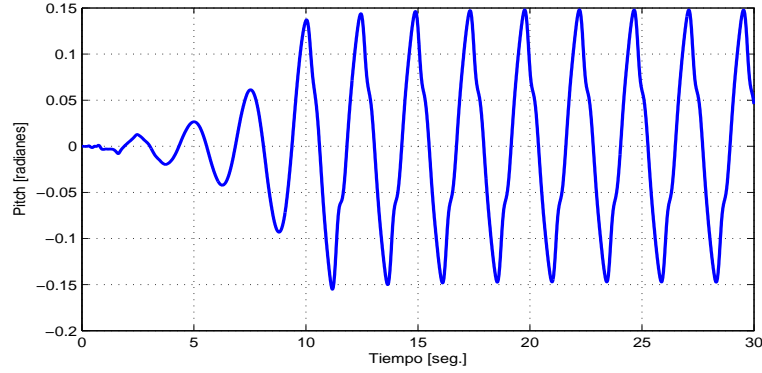


Figura 4.23: Ángulo de cabeceo controlado con $FPD + I$, $GU = 2$, $GE = 2$, $GCE = 0,02$ y $GIE = 4$

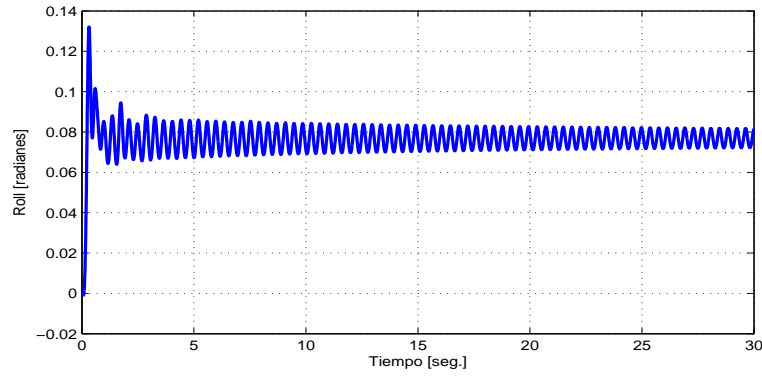


Figura 4.24: Ángulo de alabeo controlado con $FPD + I$, $GU = 2$, $GE = 2$, $GCE = 0,02$, $GIE = 2,3333$

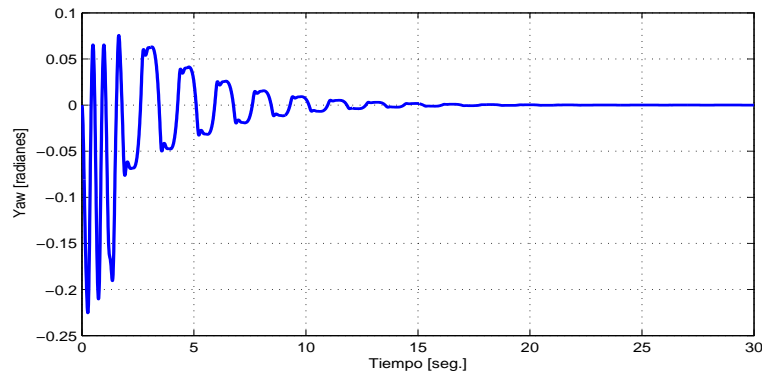


Figura 4.25: Ángulo de guiñada controlado con $FPD + I$, $GU = 4$, $GE = 1,5$, $GCE = 0,075$ y $GIE = 0,75$

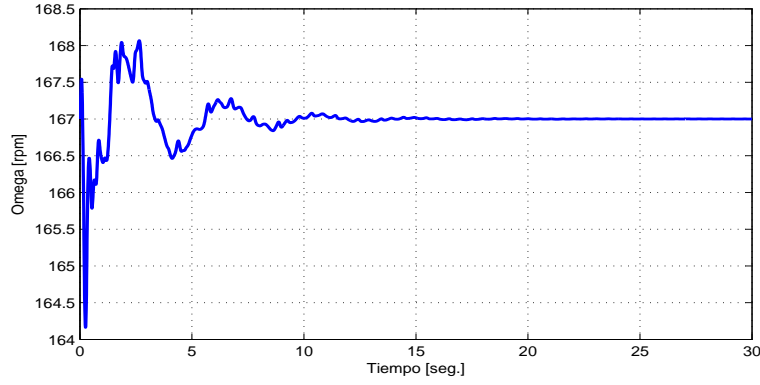


Figura 4.26: Velocidad angular del rotor controlada con $FPD + I$, $GU = 3,25$, $GE = 0,003076$, $GCE = 0$, $GIE = 0,006461$

Hasta aquí se observa que los controles $FPD + I$ han mejorado considerablemente los primeros resultados, pero todavía se requiere disminuir el rizado y en algunos casos el error en estado estable y por ello se recalculan las ganancias y se obtienen las de la columna 4 de la Tabla 3.5, cuyos resultados aparecen en las gráficas desde la Fig. 4.27 hasta la Fig. 4.31.

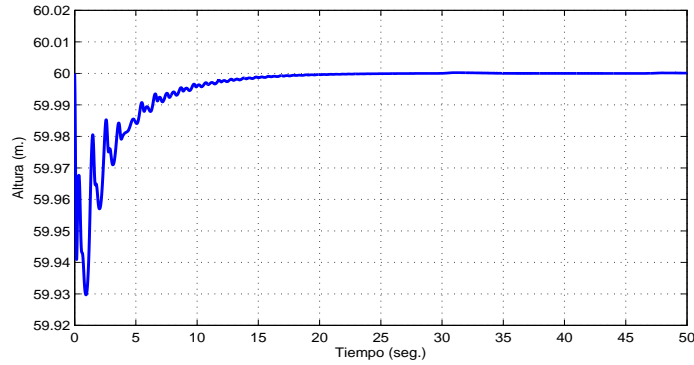


Figura 4.27: Altura controlada con $FPD+I$ con $GU = 1$, $GE = 1$, $GCE = 1,2$ y $GIE = 1,2$

En la Fig. 4.27 se nota que al utilizar las ganancias $GU = 1$, $GE = 1$, $GCE = 1,2$ y $GIE = 1,2$ en un esquema $FPD + I$ se logra eliminar el error en estado estable y así controlar la altura del helicóptero. De igual forma, en la Fig. 4.28 se ve claramente que ajustando las ganancias del controlador difuso proporcional derivativo con acción integral se logra reducir completamente el error en estado estable para el ángulo de cabeceo, lo cual significa que el helicóptero se encuentra en posición horizontal con respecto al eje x .

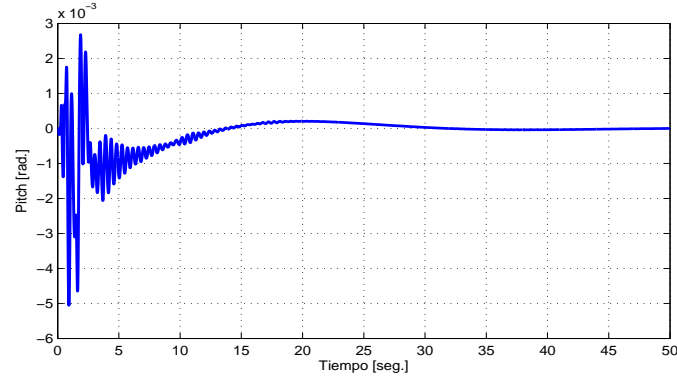


Figura 4.28: Ángulo de cabeceo controlado con $FPD + I$, $GU = 1,5$, $GE = 2,6666$, $GCE = 0,026666$, y $GIE = 5,3333$

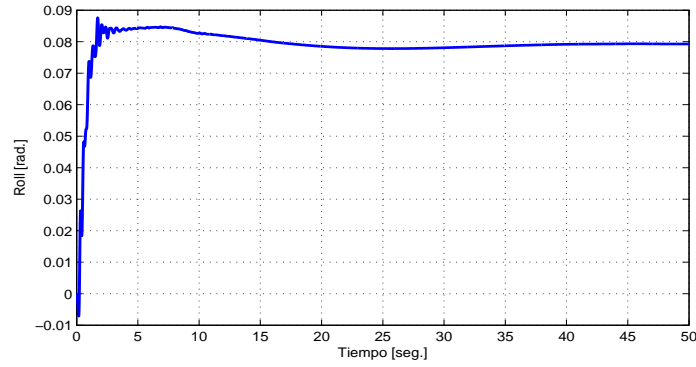


Figura 4.29: Ángulo de alabeo controlado con $FPD + I$ con $GU = 0,8$, $GE = 1$, $GCE = 0,05$ y $GIE = 2$

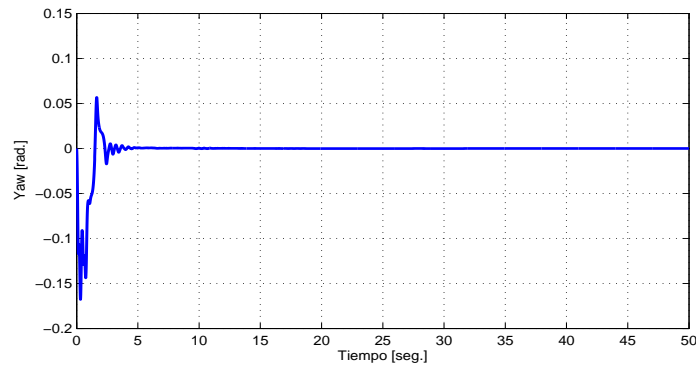


Figura 4.30: Ángulo de guiñada controlado con $FPD + I$ con $GU = 2$, $GE = 2$, $GCE = 0,4$ y $GIE = 2$

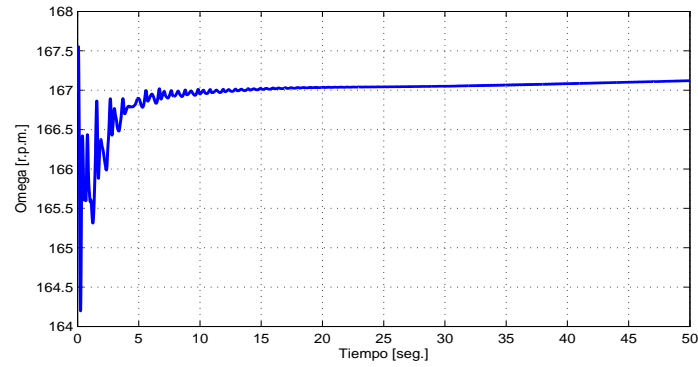


Figura 4.31: Velocidad angular del rotor controlada con $FPD + I$ con $GU = 3,3235$, $GE = 0,003008828$, $GCE = 0$ y $GIE = 0$

4.5. Control Difuso Incremental (*FINC*)

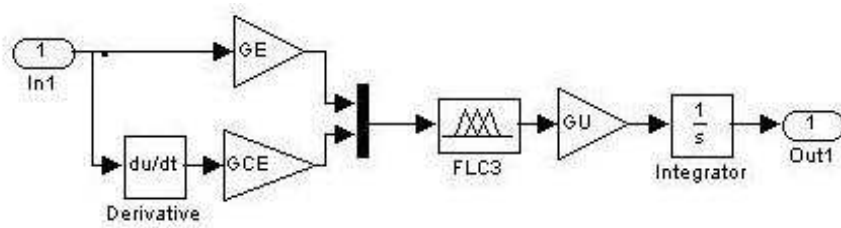


Figura 4.32: Diagrama en bloques de un control Difuso Incremental

A pesar de que en este tipo de diseño no se obtienen buenos resultados, se trata de mirar el comportamiento de los controladores utilizando la configuración difuso incremental cuyas ganancias aparecen en la Tabla 3.6 y con la cual se construyen controles como los de la Fig. 4.32 y que al ser reemplazados en el diagrama de simulación de la Fig. 4.2 permiten observar los resultados desde la Fig. 4.33 hasta la Fig. 4.37

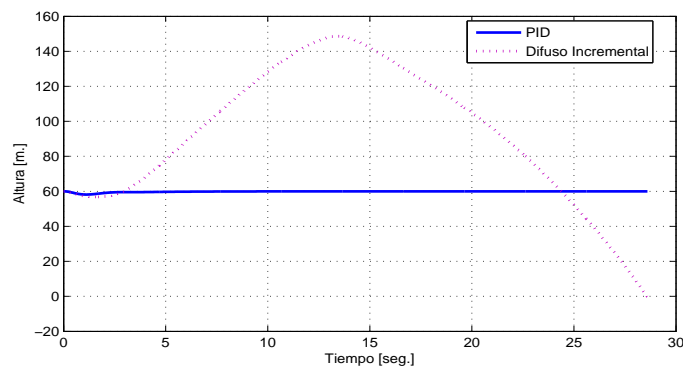


Figura 4.33: Altura con un control difuso incremental

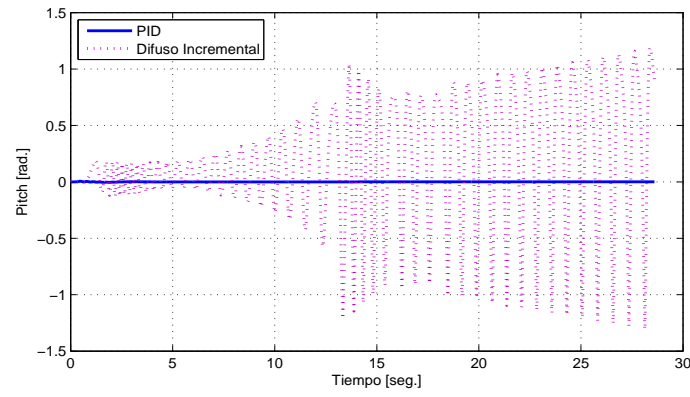


Figura 4.34: Ángulo de cabeceo con un control difuso incremental

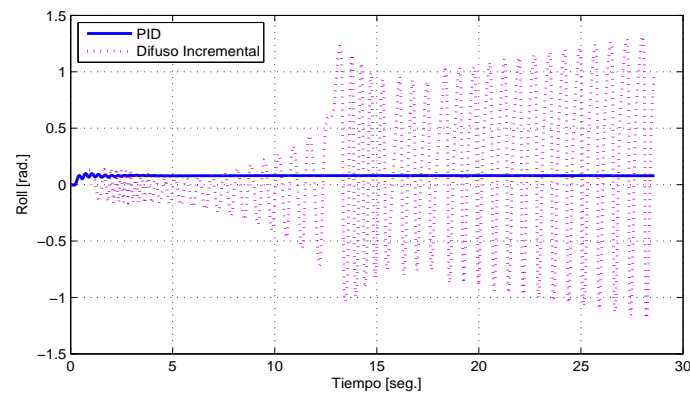


Figura 4.35: Ángulo de alabeo con un control difuso incremental

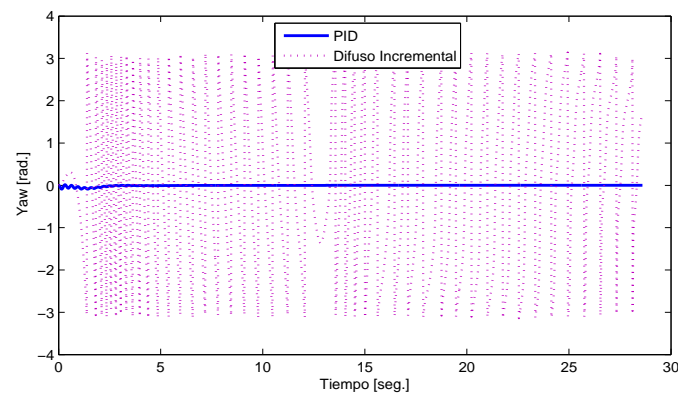


Figura 4.36: Ángulo de guiñada con un control difuso incremental

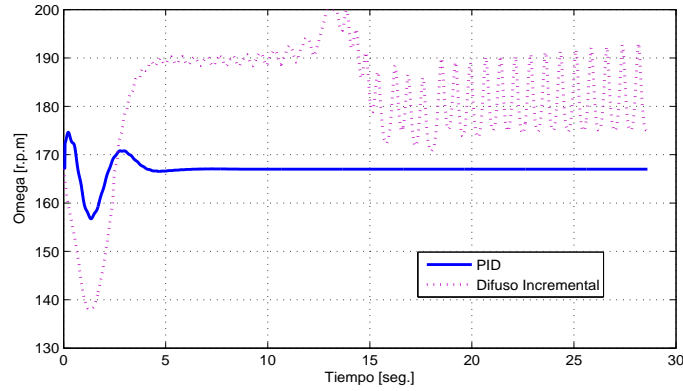


Figura 4.37: Velocidad angular del rotor con un control difuso incremental

Aunque los resultados con las ganancias calculadas no son buenos, comparados con los controles *PID*, es probable que haciendo la respectiva afinación de aquellos, se obtengan resultados interesantes, pero en este trabajo no se hará énfasis en ellos porque, por un lado, no es un objetivo planteado aquí y por otro lado, hacerlo implicaría la interacción con "expertos" a los que no se tiene acceso. En esta tesis se construyó un esquema de control difuso general y se hizo énfasis en el tipo difuso *PID* pero igualmente se puede profundizar en otros esquemas (*FINC*) en futuros trabajos.

4.6. Resumen

Al observar los resultados obtenidos mediante simulación utilizando los controladores diseñados en el capítulo 3, se notan algunas diferencias sustanciales entre el control *FPD + I* y el control *PID* y de igual manera se identifican las variables en las cuales se obtienen mejores resultados, los cuales serán analizados en el capítulo 5.

Capítulo 5

Análisis y Conclusiones

5.1. Introducción

En este capítulo se identifican las variables y los tipos de controladores que arrojaron mejores resultados, se hace la respectiva comparación con los resultados obtenidos mediante controladores PID y se muestran las gráficas de las acciones de control de las configuraciones que muestran mejores resultados. De igual manera se hace un análisis de dichas comparaciones y se incluye una sección de conclusiones generales basadas en los resultados previos y otra sección con temas para trabajos futuros.

5.2. Controles PID vs. Controles Difusos

Observando todos los resultados obtenidos de las simulaciones realizadas en el Capítulo 4 y otras que no aparecen en el documento, se notó que los mejores resultados para las variables δ_{col} , δ_{lon} , δ_{lat} y δ_{ped} se obtuvieron con los controladores tipo $FPD + I$, mientras que para la variable δ_t el controlador con mejor desempeño fue el FPD .

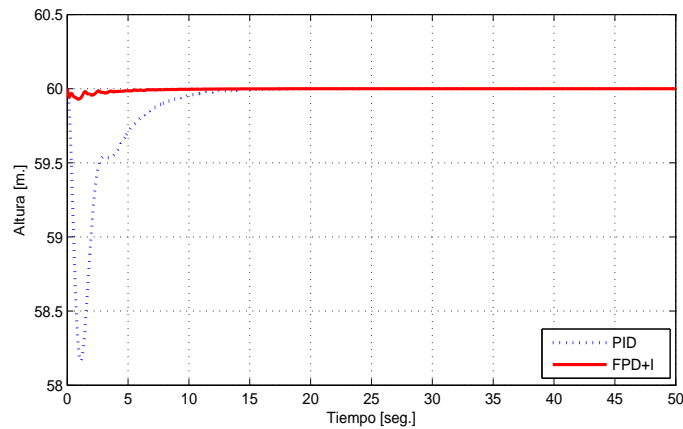


Figura 5.1: Altura controlada del mini-helicóptero (PID vs. $FPD + I$)

Se muestran las gráficas comparativas entre el controlador PID inicial (color azul) y el controlador difuso (color rojo) de mejores resultados, implementado para cada variable. Igualmente en la Fig. ?? se muestra la acción de control de la configuración $FPD + I$ para la altura.

En la Fig. 5.1 se observa que para el modelo difuso propuesto la altura se estabiliza antes de los 10 segundos mientras que en el modelo PID la estabilización se consigue después de los 15 segundos, lo cual representa una mejora en los resultados obtenidos con $FPD + I$. El modelo PID alcanza errores cercanos a los 2 metros antes de estabilizarse, mientras que el modelo difuso no supera errores de 10^{-2} metros, lo cual representa una diferencia sustancial entre los dos tipos de controladores, la acción de control para el caso $FPD + I$ se observa en la Fig. 5.3.

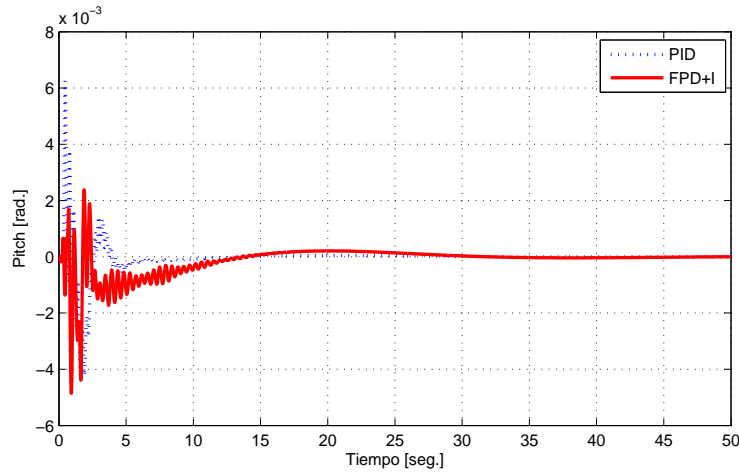


Figura 5.2: Ángulo de cabeceo controlado (PID vs. $FPD + I$)

En la Fig. 5.2 se observa que para el esquema difuso propuesto el ángulo de cabeceo se estabiliza entre los 20 y 25 segundos mientras que en el PID la estabilización se consigue antes de los 10 segundos, esto muestra que el esquema $FPD + I$ no mejoró en este aspecto. El control PID alcanza errores cercanos a los 6×10^{-3} radianes antes de estabilizarse mientras que el modelo difuso presenta errores de 4×10^{-3} metros, lo cual representa una diferencia, aunque poco sustancial, entre los dos tipos de controladores. La acción de control para el caso $FPD + I$ del ángulo de alabeo se observa en la Fig. ??.

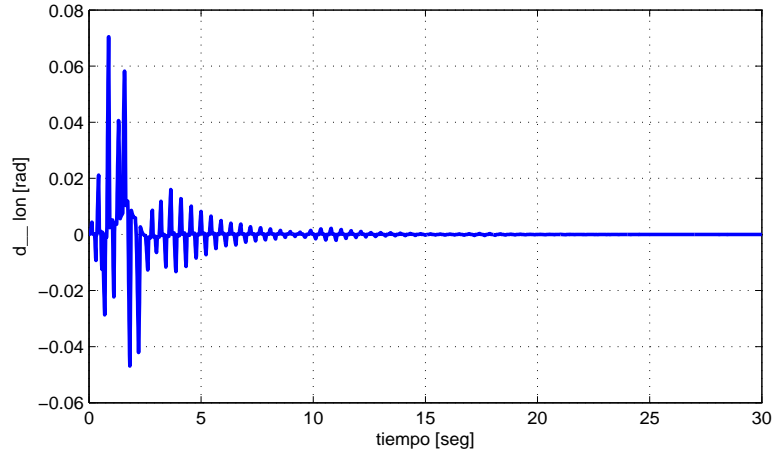


Figura 5.3: Accion de control para el ángulo de cabeceo con la configuración $FPD + I$

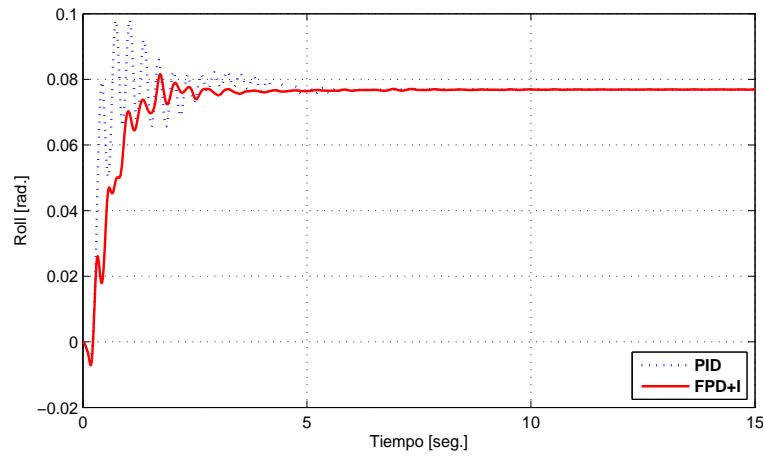


Figura 5.4: Ángulo de alabeo controlado (PID vs. $FPD + I$)

Al observar los resultados de la simulación para el control del ángulo de alabeo de la Fig. 5.4 se nota una considerable mejora en cuanto al tiempo de estabilización, pues se pasó de 5 *seg* (PID) a 3 *seg* ($FPD + I$) e igualmente el rizado producido por la variación del error se disminuye considerablemente y se pasa de un pico máximo cercano a 0,1 *rad* (PID) a uno de 0,08 *rad* ($FPD + I$), con un valor de referencia cercano a 0,08 *rad*. La acción de control para el caso $FPD + I$ del ángulo de guiñada se observa en la Fig. ??

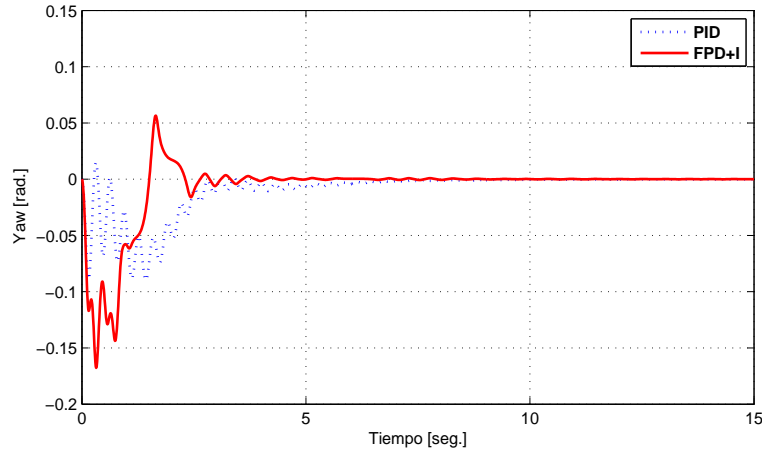


Figura 5.5: Ángulo de guiñada controlado (PID vs. $FPD + I$)

En la configuración $FPD + I$ para controlar el ángulo de guiñada del mini-helicóptero no se obtienen resultados mejores que los obtenidos con el esquema de control PID . En la Fig. 5.5 se observa claramente que el tiempo de estabilización y los errores máximos y mínimos, aumentan considerablemente.

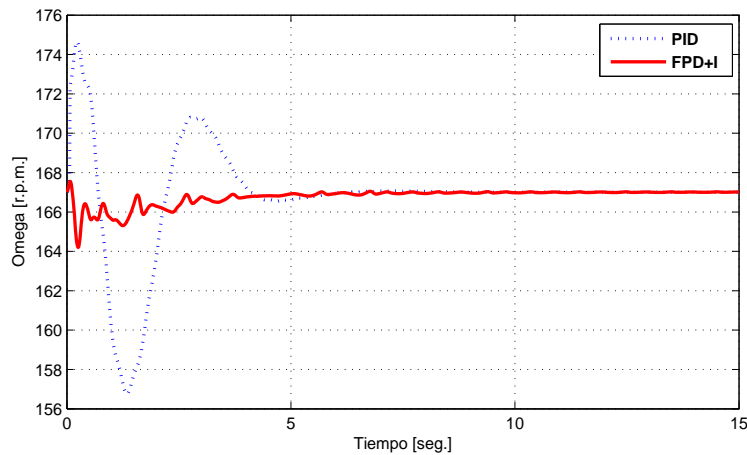


Figura 5.6: Velocidad angular controlada (PID vs. $FPD + I$)

En el caso de la variable Ω que representa la velocidad angular del rotor principal, se aprecia en la Fig. 5.6 que mediante el control $FPD + I$ se logra reducir el tiempo de estabilización en aproximadamente 2,5 *seg* con respecto al control PID .

Igualmente se realizó la comparación del error durante el proceso mediante controles PID y durante el proceso $FPD + I$, los resultados se pueden observar desde la Fig. 5.7 a la Fig. 5.10

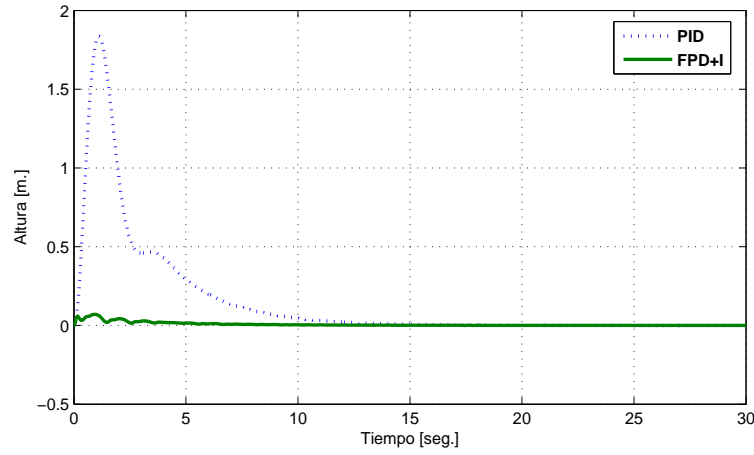


Figura 5.7: Comportamiento del error en el control de la altura (PID vs. $FPD + I$)

Al graficar los errores obtenidos durante la simulación para el control PID y para el esquema $FPD + I$ en los mismos ejes de coordenadas se observa que mediante la configuración $FPD + I$ se reduce de casi 2 rpm a casi cero rpm (ver Fig. 5.7). En la Fig. 5.8 se puede observar que la magnitud del error para la variable δ_{col} no disminuyó considerablemente.

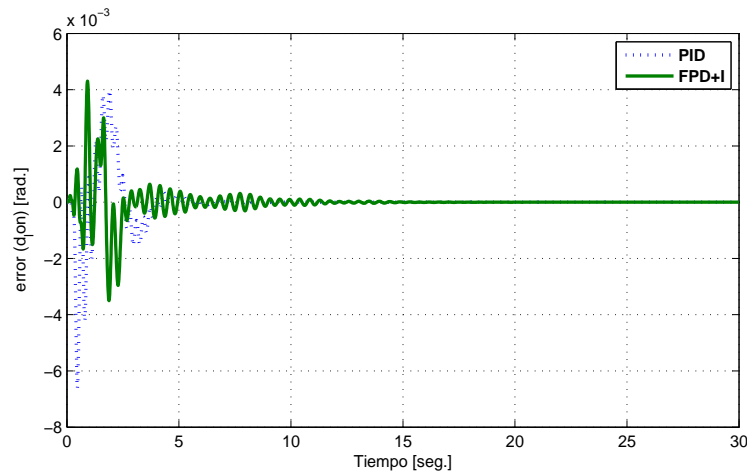


Figura 5.8: Comportamiento del error en el control del ángulo de cabeceo (PID vs. $FPD + I$)

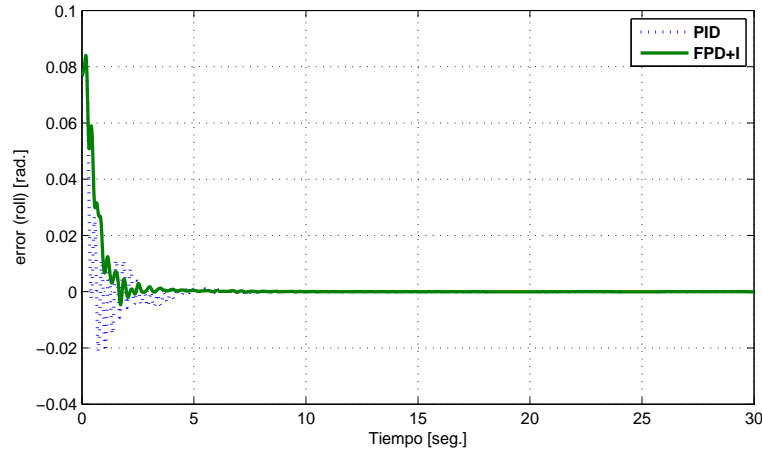


Figura 5.9: Comportamiento del error en el control del ángulo de alabeo (*PID* vs. *FPD + I*)

Para el caso de la variable δ_{lat} con la que se controla el alabeo de la aeronave, la Fig. 5.9 muestra que el proceso de estabilización es más "suave", es decir, los cambios en la magnitud del error son menos bruscos en el esquema de control *FPD+I* que en el *PID*, lo cual representa una mejora en el controlador *FPD + I*. En el caso del controlador *FPD + I* utilizado para la variable Ω que regula las revoluciones del rotor, se nota que el error durante el proceso de simulación se logró disminuir considerablemente desde 10 *rpm* hasta 3 *rpm* como se observa en la Fig. 5.10

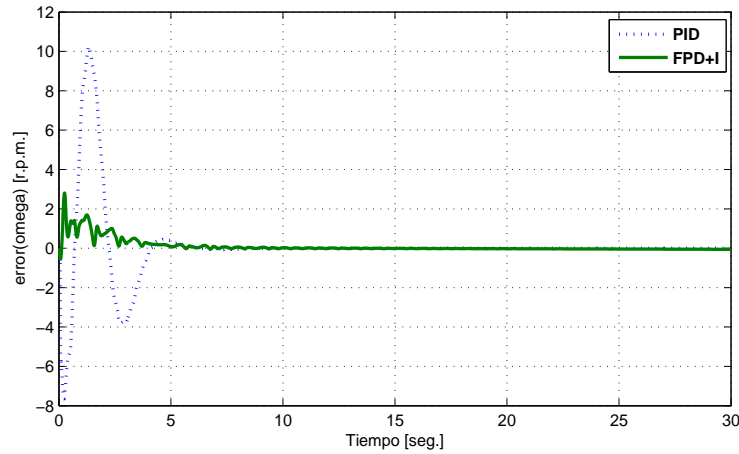


Figura 5.10: Comportamiento del error en el control de la velocidad angular (*PID* vs. *FPD + I*)

5.3. Acciones de control Difuso vs. control PID

Por último se comparan las señales correspondientes a las acciones de control de cada uno de los controladores diseñados, tanto en el esquema difuso como en el PID, obteniendo los resultados observados en la Fig. 5.11, en donde se corrobora lo visto en la sección anterior a través del análisis del error en los dos esquemas para cada variable.

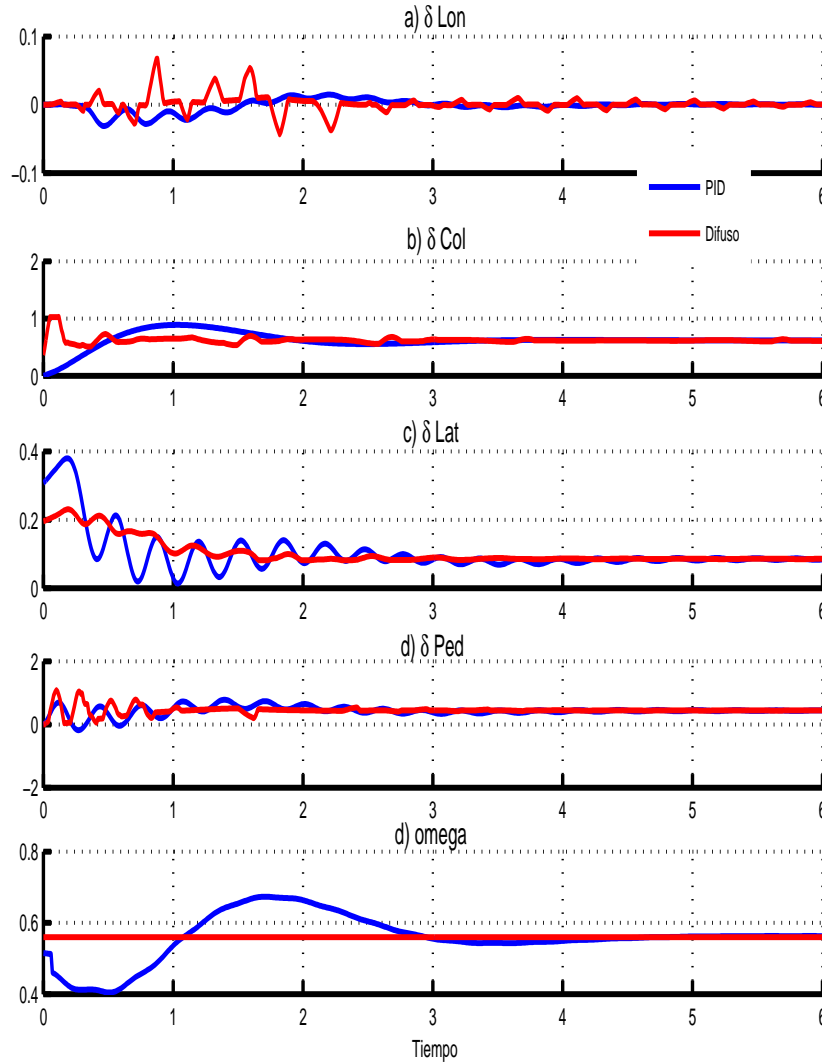


Figura 5.11: Comparación de las acciones de control *PID* vs. *Difuso*

En el caso de la variable δ_{lon} (Fig.5.11 a), se observa que la magnitud de la acción de control es aproximadamente la misma para los dos controladores (*PID* línea azul, *Difuso* línea roja), lo propio ocurre para la variable δ_{ped} (Fig.5.11 d). Para las variables δ_{col} , δ_{lat} y ω (Fig.5.11 b,c y e) se nota que la diferencia entre

los valores de la acción de control para el caso difuso y el caso PID, es relativamente grande, siendo en los tres casos mayor la acción para el controlador PID, lo cual indica que a través del esquema de controladores difusos se gana considerablemente en este aspecto.

5.4. Conclusiones

A manera de conclusiones se pueden resaltar los aspectos más importantes alcanzados a lo largo del desarrollo del presente trabajo, teniendo como punto de referencia los objetivos planteados al comienzo del mismo. Igualmente se plantearán algunas inquietudes acerca de tópicos que pueden ser motivo de futuros trabajos de investigación o de profundización de éste.

- Se realizó una amplia búsqueda de documentación relacionada con el control difuso de aeronaves no tripuladas, información ésta que fue analizada y clasificada en busca de utilizar información relevante y descartar alguna redundante. Del estudio de esta información se logró tener una visión general de los métodos de control difuso que se están utilizando y de la variedad de aplicaciones en que se hallan presentes hoy día las técnicas del control Difuso y en general la matemática difusa.
- Se sometió a un estudio riguroso y detallado el control PID existente en el proyecto de investigación Colibrí con el fin de familiarizarse con éste, conocerlo a fondo y poderlo utilizar para fines propuestos en los objetivos del trabajo (diseñar controles difusos a partir de los *PID* existentes) lo que igualmente se hizo con el modelo matemático del mini-helicóptero utilizado en el proyecto de investigación.
- Con el conocimiento previo acerca de la planta, acerca de los controles *PID* y la filosofía del control difuso, se procedió a diseñar una interfaz fuzzificadora la cual se presenta en el Capítulo 3. En esta parte es importante anotar que la construcción de reglas de pertenencia es una de las etapas delicadas e importantes del proceso, ya que es ahí donde se le está transfiriendo al sistema de control la información especializada de la forma en que se deben controlar cada una de las variables.
- En la construcción de la base de reglas se consideraron varias alternativas en cuanto a la cantidad de funciones de pertenencia que se deberían utilizar para definir una variable. Al final se consideró que 3 eran muy poco para cubrir todo el universo de discurso de cada variable y que 7 podrían resultar demasiadas a la hora de evaluar todas las posibles combinaciones entre las reglas difusas. Por tal motivo se optó, como lo indica la bibliografía especializada, por utilizar conjuntos difusos con 5 funciones de pertenencia.
- Se utilizaron las herramientas de Simulink, Fuzzy Logic Toolbox y Matlab (MathWorks, 2002) para configurar la base de reglas difusas y el motor de inferencia, es

decir, para definir las operaciones que determinan las variables de salida. Igualmente se definió el método de defuzzificación para realizar la simulación de los controladores diseñados y para configurar todo el material gráfico que aparece en este informe final.

- Durante el proceso de reemplazo de los controles *PID* por controles difusos se hizo inicialmente uno a uno, pero luego se observó que el resultado era el mismo, por lo tanto se decidió hacer el cambio de todos los controladores a la vez.
- En la sección 5.1 se hace la comparación de algunas de las variables más importantes utilizando los dos esquemas de control. En la Fig. 5.1 se observa que con el control difuso el sistema presenta sobrepicos muy pequeños, casi despreciables comparados con los sobrepicos que se observan con el control *PID*. Igualmente, el tiempo de estabilización también es muy pequeño alrededor de 3 *seg*. Lo anterior muestra que para la variable altura se ha logrado mejorar el control que se tenía.
- En la Fig. 5.2, Fig. 5.4 y Fig. 5.5, correspondientes al control de los ángulos de Euler, la diferencia no es tan significativa como en el caso de la altura, pero sí se observan pequeñas diferencias en los tiempos de estabilización y en algunos sobrepicos máximos.
- En la Fig. 5.6, correspondientes al control de la variable Ω de las revoluciones del rotor principal, la diferencia vuelve a ser tan significativa como en el caso de la altura, pues se observan sobrepicos máximos que no superan las 2 *rpm* con el control difuso, mientras que con el control *PID* hay sobrepicos máximos hasta de 8 *rpm*. Igualmente el tiempo de estabilización se disminuye aproximadamente de 5 *seg* con *PID* a 3 *seg* con control Difuso.
- En la sección 5.2 se corrobora lo dicho anteriormente a través de la comparación de los errores de las variables durante el proceso de control con ambos esquemas.

5.5. Recomendaciones y trabajo futuro

Alrededor del diseño de controladores difusos existe una amplia y variada bibliografía. Aquí se trabajó un esquema de diseño muy particular (Jantzen, 2007) mediante el cual se calcularon las ganancias de los diferentes esquemas de control diseñados y simulados en Matlab, pero se recomienda explorar otros esquemas de diseño o incluso proponer nuevas formas de hacerlo, pues en este campo todavía hay mucho tema por investigar.

Para mejorar los métodos existentes en cuanto al diseño de controladores difusos, mejorar la eficiencia de dichos controladores y masificar el uso de estos esquemas de control, hay algunos temas que a lo largo de este trabajo se han marcado como posibles futuros trabajos a desarrollar:

- Los controladores difusos para el mini-helicóptero robot XCell están diseñados y funcionando, pero el cálculo de las ganancias se hizo a partir de un valor aproximado y se refinó, en gran parte, por ensayo y error. Una posibilidad de ahondar en este tema es estudiando algún modelo matemático que permita optimizar los valores de dichas ganancias para obtener el máximo provecho del control difuso.
- El diseño y simulación de los controles difusos se hizo a partir de los controles *PID*, pero es posible desarrollar otros esquemas de diseño, por ejemplo, sin utilizar las ganancias *PID*, lo cual se plantea como un interesante tema de estudio, dado que se puede utilizar gran parte del trabajo aquí desarrollado, las bases de reglas y las etapas fuzzificadora y defuzzificadora.
- Igualmente se muestra al final del Capítulo 4 un esquema de control difuso incremental (*FINC*) que puede ser un interesante tema de trabajo y el cual requiere (dados los resultados obtenidos) un análisis especial, profundo y muy preciso acerca del cálculo de las ganancias o de la implementación de otra forma de poderlo diseñar de tal manera que se obtengan mejores resultados.
- Muchos de los inconvenientes que se presentan durante el desarrollo de un trabajo relacionado con el control difuso, sugieren la existencia de una línea de estudio a nivel de maestría en matemáticas, en la que se profundice en temas como: estabilidad de modelos difusos discretos, estimadores difusos, control difuso adaptativo, y en general, toda una línea de matemáticas difusas.
- Los esquemas de control que se han diseñado y simulado en el grupo de investigación en control de la Universidad EAFIT, se han basado tomando como referencia el vuelo estacionario, sin embargo es muy importante profundizar en otras maniobras de vuelo o condiciones extremas bien sea con control difuso o con otros tipos de control.

Bibliografía

- Alcala, R., Casilla, J., Gordon, O., Herrera, F. & Zwir, S. (1999). cap. Techniques for learning and tuning fuzzy rule-based systems for linguistic modeling and their application, Knowledge engineering: "*Systems techniques and applications*", C. Leondes, Ed. Academic Press, (117, 121).
- Alsina, C., Trillas, E. & Terricabras, J. (1995). "*Introduccion a la lógica borrosa*". Ed. Ariel S.A., Barcelona, 1995.
- Cai, G., Chen, B., Peng, K., Dong, M. & Lee, T. (2008, September). "*Modeling and Control of the Yaw Channel of a UAV Helicopter*" in IEEE transactions on industrial electronics, vol. 55, No 9.
- Cavalcante, C., Cardoso, J., Ramos, V., & Neves, O. (2005). "*Diseño y sintonización de un controlador difuso en helicóptero*" LCMI-EEL-FSC, CP 476, 88040-900 Florianopolis (SC), Brad CTY Gyron Tecnologia, Florianopolis (SC), Brade-mail carla, janete@lcmi.ufsc.br.
- Enns R. & Si, J. (2003, July). "*Helicopter trimming and tracking control using direct neural dynamic programming*", in IEEE Transactions on neural networks, vol. 14, No 4.
- Fernández, S., (2003). *Un nuevo marco matricial para la implementación de inferencia borrosa aplicados al procesamiento de información no numérica*, Tesis de Doctorado. Escuela Técnica Superior de Ingenieros de Telecomunicación, pp. 50-53.
- Gordon, O. (1997). "*An evolutionary methodology for designing fuzzy rule-based systems*", Tesis Doctoral, Department of Computer Science and Artificial Intelligence (DEC-SAI), Universidad de Granada.
- Jantzen, J. (1998, September 30). "*Tunning of Fuzzy PID Controllers*". Technical University of Denmark, Department of Automation, Bldg 326, DK-2800 Lyngby, Denmark. Tech. report No 98-H 271.
- Jantzen, J. (2007). "*Foundations of fuzzy control*", ISBN 0-470-02963-3, Ed. John Wiley & Sons.

- Kadmiry, B. (2005). "*Fuzzy Control for an Unmanned Helicopter*", Engineer's thesis, Department of Computer and Information Science Linköpings universitet.
- Kadmiry, B. & Driankov, D. (2004, August). "*A Fuzzy Gain-Scheduler for the Attitude Control of an Unmanned Helicopter*" in IEEE transactions on Fuzzy Systems, Vol.12, No 4.
- Kadmiry, B. & Driankov, D. (2001). "*Autonomous Helicopter Control Using Linguistic and Model-Based Fuzzy Control*" in Proceedings of the IEEE International Symposium on Intelligent Control, September 5-7, Mexico City.
- Klir, G. & Yuan, B. (1995). "*Fuzzy Sets and Fuzzy Logic*". New Jersey, Prentice-Hall International.
- Kwon, Y., Park, J., Kang, H. & Taecheon Ahn, (1999, October). "*Aplication of Fuzzy-PID Controller Based on Genetic Algorithm for Speed Control of Induction Motors*", in proceedings of the 14th KACC.
- Lower, M., Szlachetko, B. & Krol, D. (2005). "*Fuzzy Flight Control System for Helicopter Intelligence in Hover*" in IEEE Proceedings of the 2005 5th International Conference on Intelligent Systems Design and Applications.
- Mamdani, E. (1977, Dic.) "*Applications of fuzzy logic to approximate reasoning using linguistic synthesis*", IEEE Transactions on Computers, vol. 26, no. 12, pp. 1182-1191.
- Mathworks. (2002). "*Fuzzy Logic Toolbox for use with MATLAB*". User's guide, version 2 [Computer software manual].
- Mendel, J. M. (1995). "Fuzzy logic systems for engineering: A tutorial" Proceedings of the IEEE, vol. 83, No. 3, pp. 345-377.
- Mettler, B. (2003). "*Identification modeling and characteristics of miniature rotorcraft*". Kluwer Academic Publishers, ISBN 1-4020-7228-7.
- Mizumoto, M. (1992, August). "*Realization of PID controls by Fuzzy Control Methods*", in Fuzzy Systems, IEEE International Conference on, ISBN: 0-7803-0236-2, Issue Date : 8-12 Mar.
- Qiao, W.Z. & Mizumoto, M. (2005). "Frame of Fuzzy Systems with Functional Rule", IEEE CONFERENCE, Page(s): 2153 - 2158 vol.4.
- Rojas, L., Pomares, H., Puntonet, C.G., Rojas, F., Rodriguez, M. & Valenzuela, O. (2003, 20-31 July). "*On-line Adaptative Fuzzy Controller: Aplication to Helicopter Stabilization of the altitude of a helicopter*", in CIMS 2003 - International Symposium on Computational Intelligence for Measurement Systems and Applications. Lugano, Switzerland.

- Sánchez, E., Becerra, H. & Vélez, C. M. (2007, 15 May). "*Combining fuzzy, PID and regulation control for an autonomous mini-helicopter*",in Information Sciences, Vol. 177, issue 10.
- Shim T.H., Koo , J., Hoffmann, F., & Sastry, S. (1998). *.A Comprehensive Study of Control Design for an Autonomous Helicopter*"in *Robotics and Intelligent Machines Laboratory University of California at Berkeley, Berkeley, CA,94720*.
- W. Siler W., Ying H. (1989, Dec. 15). "*Fuzzy Sets and Systems*". archive Volume 33 Issue 3, Elsevier North-Holland, Inc. Amsterdam, The Netherlands.
- Sugeno, M. & Kang, G. (1988). "*Structure identification of fuzzy model*", Fuzzy Sets and Systems, vol. 28, no. 1, pp. 1533.
- Szczepaniak, P.S., Lisboa, P.J. & Kacprzyk, J. (2000). cap. Fuzzy sets and fuzzy systems: "*A brief introduction, Fuzzy systems in medicine*", Eds. New York: Physica-Verlag, pp. 3-30,(66,130).
- Takagi,T. & Sugeno, M. (1985, January). "*Fuzzy identification of systems and its applications to modeling and control*". in IEEE Trans. Syst., Man, Cybern., Vol. SMC-15, pp. 116-132.
- Tso, S.K.; Fung, Y.H. (1997). "Methodological development of fuzzy-logic controllers from multivariable linear control". Systems, Man, and Cybernetics, Part B: Cybernetics, IEEE Transactions on Volume: 27 , Issue: 3, Page(s): 566 - 572.
- Valavanis, K. P. (2006, September). "*Unmanned Vehicle Navigation and Control: A Fuzzy Logic Perspective*" in 2006 International Symposium on Evolving Fuzzy Systems.
- Yu Xu, Ping Li, Bo Han & Qinyuan R. (2006, October 9 -15). "*Intelligent Rotor Speed Controller for a Mini Autonomous Helicopter*",in Proceedings of the 2006 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, Beijing, China.
- Zadeh, L. A. (1965). "*Fuzzy sets and systems*". Proc. Sympos. on System Theory (New York, 1965) pp. 29–37 Polytechnic Press, Polytechnic Inst. Brooklyn, Brooklyn, N.Y., 94.10.
- Zadeh, L. A. (1994, March). "*Fuzzy logic, neural networks and soft computing*". Communications of the ACM, vol. 37, no. 3, pp. 77-84.